

## **Penduler og 2. ordens differentiallyigninger**

Af Katja Skaanning og Rikke Anthon d. 10/4-07

Forløbet er tænkt som et tværfagligt projekt mellem fagene matematik og fysik.

Ideen er, at eleverne skal arbejde med forskellige værktøjer i matematik, og anvende denne viden mht penduler i fysik. Der er en del overordnede matematiske begreber der ligger udenfor matematiks kernepensum, som eleverne kan beskæftige sig med.

Alt efter elevens indgangsvinkel til projektet vælges hvilke begreber der fokuseres på.

### **Elevernes faglige forudsætninger**

Matematik: Forståelse for regning med vektorer. 1. ordens differentiallyigninger.

Fysik: Klassisk mekanik, Newtons love

### **Matematikfaglige mål**

At kunne gøre udregne krydsproduktet mellem to vektorer i hånden og med CAS-værktøjer (kun nødvendigt hvis eleven arbejder med Foucaultpendulet).

Krydsprodukt mellem vektorer.

2. ordens differentiallyigninger.

$\sin x = x$  for meget små vinkler

At kunne gøre rede for (dele af) teorien bag differentiallyigninger - herunder 2. ordens differentiallyigninger.

### **Fysikfaglige mål**

At kunne opstille bevægelsesligningerne for det matematiske- og det fysiske.

Svingningstidsformlerne.

### **Mulig variation:**

Torsionspenduler

Forståelse af Coriolis kraften og dennes indvirkning på Foucaultpendulet.

Bevægelsesligningerne og differentiering af disse for at bestemme vinkelhastighedens koordinater.

Beskrivelse af fjeder-penduler.

### **Projektbeskrivelse**

Redegør for teorien, der ligger til grund for formlen, der beskriver svingningstiden for det matematiske og fysiske pendul.

Der ønskes også en kort teoretisk redegørelse for formlen for svingningstiden for et matematisk pendul.

Redegørelsen skal indeholde en gennemgang af teorien for 2. ordens differentiallyigninger.

Eftervis formlerne eksperimentelt. Det vil sige, at du skal afprøve med mindst 3 forskellige længder wire og mindst 3 forskellige lod-vægte. Din forsøgsbeskrivelse skal indeholde en kritisk analyse af fejlkilderne.

Opgave: Beregn hvor lang en wire, der skal bruges for at få et pendul til at svinge med en svingningstid på 2 sekunder.

### **Variationsmuligheder**

Læreren kan vælge en eller flere fordybninger, evt. som variationsmuligheder for projektet:

Redegørelse og eksperimentel eftervisning af formlen for svingningstiden for et torsionspendul.

Betragt et pendul i en elevator. Beregn svingningstiden.

Betragt et fjeder-pendul. Beskriv hvilke kræfter, der bestemmer pendulets bevægelse.

Svagt koblede penduler. Kaos-penduler.

Måling af inertimomenter. Giv eksempler på teoretiske beregninger af inertimomenter. Du skal foretage målinger af inertimomenter på det fysiske pendul, det matematiske pendul eller torsionspendulet. Desuden skal du eftervise Steiners sætning.

At bestemme tyngdeaccelerationen  $g$  vha. to forskellige pendul typer (matematisk og konisk), og at vurdere hvilken af de to metoder der er bedst/mest præcis.

At undersøge, hvordan kinetisk og potentiel energi ændrer sig under et penduls svingning fra yderstilling til ligevægtsstilling.

Gør rede for fysikken bag Foucault-pendulet, herunder Coriolis kraften, Newtons 2. lov, sammenhæng mellem et penduls bevægelse i planen og jordens rotation om sin egen akse. Redegørelsen skal indeholde en gennemgang af (dele af) teorien for 2. ordens differentiaalligninger og deres løsninger.

Det skal ud fra besvarelsen fremgå tydeligt, hvor teorien for 2. ordens differentiaalligninger bruges.

Ud fra et dataset at bestemme på hvilken breddegrad Foucault-pendulet befinder sig.

Ud fra et Foucault-pendul at bestemme breddegrad, dvs. selv udføre eksperimentet med et kendt Foucault-pendul.

Design et mini Foucault-pendul og sammenligne effektiviteten af dette med et større.

Undersøge forholdet mellem et Foucault-penduls bevægelse og arealeffekten.

Der er også mulighed for et mere matematikfagligt projekt, hvor der lægges vægt på udledninger

Overvej hvor stort et Foucaultpendul skal være for at Coriolis kraften bliver observerbar.

Overvej, hvor stor en fejl det kan give at lave identiteten  $\sin x = x$ .

### **Materialer**

J. M. Knudsen mfl, elements of Newtonian Mechanics (Springer 2002) s. 115-116, 137-142 og 182-183.

*Første års universitetsbog på engelsk, den er god og det drejer sig om ganske få sider.*

F.Andersen, O.Bostrup, E.Halkjær og K.G.Hansen: Fysik for gymnasiet 2 (Gyldendal, 2.udg., 1972) s. 92-95, 66-68  
*Fysisk og matematisk pendul. God forklaring af inertimomenter.*

Staffanson, Eve mfl: Fysik i grundtræk 2A (Munksgaard 1973) s. 115-119

*Inertimomenter, fysisk pendul, torsionspendul.*

Jørgensen, M.M. mfl: "Mekanik 2 for gymnasiet" (P. Haase & Søns forlag, 5. udgave, 1980) s. 25-26, 47-54, 60-63,  
*Steiners sætning, matematiske og fysiske penduler.*