

## Musik og teknologi – Synthesizeren fra et matematisk perspektiv.

Musikkens og teknologiens udvikling har altid gået hånd i hånd og særligt i de sidste hundrede års populærmusikhistorie har nye teknologiske innovationer som eksempelvis radioen, mikrofonen, grammofonen, elguitaren og synthesizeren skabt store revolutioner i måden, man udfolder og perciperer musik. Synthesizere har gjort at musik, hvis lyd man slet ikke kunne forestille sig for 50 år siden, i dag er at finde overalt - i radioen, på koncertsteder og på diskoteker.

Opgaven her vil dels bestå i at beskrive noget af den matematik og fysik, der ligger til grund for synthesizeren. Her vil blive lagt op til, at eleven begrænser sig til kun at arbejde med en form for syntese, nemlig additiv syntese. Inden for musik vil opgaven kunne bestå i at undersøge, hvorledes fremkomsten af et nyt instrument radikalt kan ændre musikkens muligheder, og hvorledes et nyt instrument kan afspejle samfundet, der har frembragt det.

### Faglige forudsætninger, matematik & fysik

Det forudsættes at eleverne har en vis indsigt i, hvorledes man i fysik beskriver lydbølger, dvs. et kendskab til begreber som frekvens, amplitude og bølgelængde. Indenfor matematikken kræves kendskab til trigonometriske funktioner og integralregning.

### Faglige forudsætninger, musik

I musik vil det være en fordel, hvis eleverne har haft noget nyere populærmusikhistorie og -teori, men da opgaven er tænkt meget åben i forhold til musikfaget, er det ikke noget krav.

### Faglige mål, matematik & fysik

- At opnå et kendskab til noget af teorien bag matematiske rækker, samt til notationen i forbindelse hermed.
- At opnå indsigt i hvorledes matematik kan bruges til at beskrive det fysiske fænomen lyd.
- At opnå en større forståelse af trigonometriske funktioner, og deres brug i fysikken.

### Faglige mål, musik

- At opnå et kendskab til hvorledes nye teknologiske påfund kan have indflydelse på musikudfoldelse og musikperception.
- At opnå en evne til at sætte musikalske værker ind i en historisk/samfundsmæssig kontekst.
- At opnå et kendskab til teknikken bag et meget brugt instrument.

### Nærmere beskrivelse af projektemnet

#### Matematik/fysik

Her lægges op til en matematisk beskrivelse af den ældste form for syntese, man har brugt, nemlig additiv syntese. Additiv syntese består i, at man adderer en række frekvenser og på denne måde ender med en unik klang, der udgøres af en række overtoner med forskellig amplitude. Dette kan som vi skal se karakteriseres som en slags omvendt Fourier-analyse.

Fourier-analyse er en nedbrydning af en lydbølge til en (typisk uendelig) sum af sin- og cos-funktioner. De forskellige frekvenser en lyd udgøres af er dels en fundamentalfrekvens, og dels en række af overtonefrekvenser, der er heltallige multipla af fundamentalfrekvensen (man kan for

nemheds skyld betragte rækkerne som endelige summer). Amplituderne for hver af disse frekvenser kan findes ved hjælp af integraler.

Til dette formål introduceres Fourierrækken:

$$F(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2n\pi\nu t) + b_n \sin(2n\pi\nu t))$$

Her er  $t$  antal sekunder og  $\nu = 1/T$  den fundamentale frekvens. Fourier-koefficienterne er givet ved

$$a_m = 2\nu \int_0^T \cos(2m\pi\nu t) F(t) dt$$

$$b_m = 2\nu \int_0^T \sin(2m\pi\nu t) F(t) dt$$

Rent matematisk vil både sumtegn og rækker være nyt for eleverne, og dette bør derfor gennemgås forholdsvis grundigt. Til dette formål kan evt. anvendes Tom Lindstrøms: Kalkulus (s. 561-662). Det vil være oplagt at eleven viser, hvorledes man generelt finder Fourier-koefficienterne. Her kan henvises til Benson s. 32-34 (s. 46-48 af pdf-filen), der giver et bevis for dette, bl.a. ved hjælp af ligningen:

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A + B) + \sin(A - B))$$

Eleven vil også kunne foretage en række udregninger. Eksempelvis vil man kunne finde Fourierrækken for en firkantbølge, der kan skrives som

$$f(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq \theta < \pi \\ -1 & \text{for } \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$

Her vil man få at koefficienterne bliver  $a_m = 0$ , og  $b_m = 4/\pi m$  for  $m$  ulige og  $b_m = 0$ , for  $m$  lige. Dette giver Fourierrækken:

$$\frac{4}{\pi} (\sin \theta + \frac{1}{3} \sin 3\theta + \frac{1}{5} \sin 5\theta + \dots)$$

Firkantbølgen er sammen med savtakbølgen og trekantbølgen de hyppigst brugte bølger som en lyd bygges op fra i en synthesizer, og det vil derfor være relevant i forhold til opgaven.

Når forståelsen af fourieranalyse er på plads kan synthesizeren beskrives som en slags omvendt fourieranalyse. Vi ønsker ikke at analysere en given lyd som f.eks. en tone slået an på en violin, men ønsker i stedet ved addition af en række frekvenser at skabe en lyd. På denne baggrund kan additiv syntese forklares. (se f.eks. Benson, s. 253-257)

### Musik

Inden for musikdelen kan man lave en undersøgelse af den engelske synth-pop scene eller nyere

genrer som electronica eller triphop, inden for hvilke synthesizeren spiller en bærende rolle. Alternativt kan opgaven være en biografisk opgave om eksempelvis Kraftwerk (70'erne), Depeche Mode (80'erne) eller The Knife (0'erne), hvor man redegør for, hvorledes synthesizere bliver brugt til at skabe et nyt udtryk. Det vil ikke umiddelbart være oplagt, at eleven foretager egentlige musikalske analyser af partiturer, selv om det også er en mulighed. Emnet vil nok snarere ligge op til en perspektiverende opgave, hvor musikken sættes ind i en samfundsmæssig kontekst. Her kan i øvrigt henvises til Marstall & Moos, for yderligere idéer.

### Variationsmuligheder

I forhold til matematik- og fysikdelen kan opgaven kompliceres utrolig meget. Man kan f.eks. undersøge en anden slags syntese: frekvens modulering, der bl.a. kendes fra FM-radioen. Man kan i forbindelse med FM-syntese komme ind på Besselfunktioner (jf. Benson, s. 263-272), men dette vil dog nok være et projekt for den meget ambitiøse elev. Ønsker man at fokusere mere på fysik, kan man også arbejde empirisk, evt. med nogle forsøg. Man kan også vælge at se på andre teknologiske opfindelser som f.eks. radioen (AM, FM, DAB), eller det elektriske hammondorgel, der også har haft konsekvenser for musiklandskabet.

### Henvisninger

- Dave Benson: Music: A Mathematical Offering, findes på nettet: <https://homepages.abdn.ac.uk/mth192/pages/html/music.pdf>

Meget grundig bog på engelsk, med størst vægt på de matematiske aspekter af musik. Her er særligt kapitel 2 og 8 interessant.

- Tom Lindstrøms: Kalkulus

Norsksproget grundbog i kalkulus. Her er særligt kapitel 12 om rækker interessant.

- Henrik Marstall og Henriette Moos: *Filtreringer*, Høst & Søn, 2001.

Bogen giver en grundig gennemgang af den elektroniske musik fra ca. 1900 og frem, og kan åbne for en lang række vinkler og problemstillinger. Forord og indholdsfortegnelse kan findes på adressen: <http://www.filtreringer.dk/>

- Karl Pedersen: *Når musikken er ude, spiller teknikken*, Systime, 1989.
- [http://jakobmjensen.dk/musikkurser/historie/generelt/elektroniske\\_musikinstrumenter.html](http://jakobmjensen.dk/musikkurser/historie/generelt/elektroniske_musikinstrumenter.html)

En letlæselig dansksproget artikel, der på fin vis forklarer ideen bag en række forskellige keyboards og synthesizere.

- <http://en.wikipedia.org/wiki/Synthesizer>

Engelsk beskrivelse af noget af teknikken bag synthesizere. Herfra linkes bl.a. til artikler om additiv syntese og FM-syntese.