

10. april 2007

## Oplæg til studieretningsprojekt i matematik og engelsk

### ”Flatland og Dimensioner”

– Et indblik i viktoriansk samfund & kultur og om forståelse for eksistensen af flere dimensioner  
af Lise Danelund

#### Introduktion

Dette oplæg tager udgangspunkt i romanen ”Flatland – A Romance of Many Dimensions” fra 1884 af Edwin Abbott Abbott.

Værket, som er en fantastisk rejse ind i en 2-dimensional verden, giver på fremragende vis læseren indsigt i konceptet om fler-dimensionale verdener, men fungerer samtidig som en social satire over det viktorianske samfund i England i slutningen af 1800-tallet.

Matematikken fungerer i relation til sidstnævnte som et utroligt virkemiddel og analysemulighederne af romanen er talrige. Samtidig øges læserens matematiske bevidsthed, og med henblik på at beskæftige sig med eksempelvis 3. dimensionelle objekter i 2 dimensioner (skæringer mellem rumlige objekter og planen), fraktaler (ikke heltallige dimensioner) og lign., er bogen en fantastisk indføring i dimensionskonceptet og incitament til den, i sådanne relationer, til tider nødvendige abstrakte tænkning.

#### Faglige forudsætninger (Matematik A/B)

De faglige forudsætninger afhænger naturligvis af valget af matematisk emne, men generelt må det siges at være en fordel, hvis eleverne har kendskab til:

- Trigonometri
- Plangeometri
- Logaritmer og komplekse tal (ved fokus på fraktaler)

#### Faglige forudsætninger (Engelsk A)

Generelt kendskab til:

- Tekstanalyse - herunder sprogbrug, kompositionsopbygning, symbol- og metaforbrug,
- Britiske samfundsforhold / evt. amerikanske samfundsforhold, hvis der ønskes perspektivering til eksempelvis filmen Flatland the Movie.
- Teksten kræver en god sproglig basis

#### Faglige mål (Matematik)

Nedenstående faglige mål er naturligvis afhængige af det matematiske fokus, man vælger at anlægge i opgaven; men nogle muligheder er:

- At give eleverne kendskab til keglesnit (geometrisk og analytisk tilgang)
- At give eleverne kendskab til fraktaler fx mandelbrot, julia mgd'er mv.
- At udvide elevernes geometriske erfaringer/forestillinger ind i 3 og/eller flere dimensioner
- At give eleverne indblik i klassisk geometri, herunder fx approximation af cirkelns areal, konstruktion af polyedre og lign.

## Faglige mål (Engelsk)

- Tekstanalyse af litterær(e) tekst(er) (anvendelse af forskellige taksonomiske niveauer, herunder også argumentation vha. inddragelse af citater).
- Øget kendskab til skønlitterære virkemidler
- Øget sprog-, litteratur- og samfundsmæssig bevidsthed. I forbindelse med sidstnævnte særligt i relation til det viktorianske samfund.
- Kendskab til kommunikationsformer (tekststrukturer samt fx tekstarbejde ift. film).

## Nærmere beskrivelse af projektemnet

### Om romanen:

Handlingen i romanen udspiller sig i det 2-dimensionale Flatland, hvor fortælleren 'A. Square', en af indbyggerne i Flatland, guider læseren igennem denne verden, med indbyggere i form af geometriske figurer.

Mænd i 'Flatland' portrætteres således som polygoner, og i denne verden reflekteres social klasse ved at være direkte proportional med antallet af sider i et sådant polygon. Trekanter (repræsenterende blandt andet hæren i Flatland) hører således til 'lower social class', Square selv tilhører middelklassen, mens, blandt andre, adelige repræsenteres ved flersidede polygoner, approximerende til cirkler, som anses for at være den perfekte figur.

Kvinder portrætteres i romanen som linier!

Square besøger i en drøm i romanen det 1-dimensionale 'Lineland', hvor han uden held søger at overbevise rigets monark om eksistensen af en 2. dimension.

Efterfølgende besøges Square selv af en kugle fra den 3-dimensionale verden. 'Sphere' løfter ham op af Flatland, og han indser således eksistensen af en 3. dimension. Her vækkes A. Square's interesse for den mulige eksistens af en 4., 5. etc. dimension.

Til slut i romanen fængsles A. Square, for sine forsøg på at overbevise Flatlands indbyggere om eksistensen af en fler-dimensionel verden.

### Matematik

Hvordan "interagerer" rumlige figurer med planen? Igennem bogen beskrives, hvorledes den 3-dimensionale 'Sphere' kan observere og interagere med alt i den 2-dimensionale verden. For at overbevise A. Square om sin eksistens og sin form bevæger den sig således ned igennem 'Flatland' og op igen. (Dette beskrives i detaljer i Abbotts bog)

Eleven kan altså arbejde med skæring mellem rumlige figurer og planen.

Her synes det oplagt at arbejde med keglesnit. Hvordan vil en kegle, perforerende 'flatland' se ud til sammenligning med 'Sphere'? Her kan arbejdes med ellipsen, hyperblen og parabeln som geometriske snitflader. Parablens ligning, brændpunkt og ledelinje. Ellipsens ligning og parameterfremstilling, brændpunkter, ledelinjer og excentricitet. Hyperblens ligning og parameterfremstilling, brændpunkt og ledelinje.

Niveaukurver kunne i denne forbindelse også være et emne man kunne inddrage.

Jf. *variationsmuligheder* nedenfor, for inspiration til andre spændende matematik aspekter, som kan inddrages i arbejdet med romanen.

## Engelsk

I arbejdet med romanen bør der fokuseres på analysefærdigheder, indsigt og kulturel forståelse og perspektivering.

En analyse og fortolkning af de sociale og kulturelle forhold i 'Flatland' på baggrund af de britiske samfundsforhold på Abbots samtid er oplagt. Her er flere mulige fokuspunkter:

- Teologisk perspektiv: Det naturvidenskabelig samfund vs. det religiøse; troen på naturvidenskaben vs. troen på Gud
- Kvindernes placering i det viktorianske samfund
- Klassesamfundet

Endvidere er der oplagte muligheder for, at eleven kan arbejde med stilistisk analyse:

Eksempelvis kan der arbejdes med årsag og virkning i forbindelse med:

- brugen af satire
- fortællesynsvinkel
- brugen af metaforer

Herudover er det oplagt at se på afsender- og modtagerforhold, kompositionsanalyse mv. Også sproget, som bl.a. kan perspektiveres til shakespearisk sprogbrug, kunne være interessant at redegøre for.

## Begge fag

Anlægges et matematikfagligt perspektiv i analysen og fortolkningen af 'Flatland', kan man give en analyse af matematikkens betydning i relation til skildringen af de sociale- og samfundsmæssige strukturer i 1800-tallets England. Hvilke symbolske træk forefindes ved de forskellige geometriske figurer og klasser af samme, som reflekterer det viktorianske samfund og dets hierarki?

## **Variationsmuligheder**

### Matematik

I forbindelse med romanens beskrivelser af cirkler, de perfekte geometriske figurer, og polygoner, kan eleven beskæftige sig med klassisk geometri:

- Aristoteles/Keplers approximation af cirkelens areal
- Rumlige vektorer kan naturligt indføres som en udvidelse af plane vektorer. Eleven kan fx arbejde med konstruktion af polyedre.

I "Flatland" stilles inddirekte det fundamentale spørgsmål om, hvorledes vi kan arbejde med transcendentale objekter – særligt under den givne betingelse, at vi formodentlig aldrig vil være i stand til helt at kunne erkende og forstå sådannes natur.

Skal vi acceptere den mulige eksistens af ikke umiddelbart tilgængelige miljøer/dimensioner?

Her mener jeg, at der åbnes op for muligheden for at drage en analog til vores egen verden og inddrage fraktaler (i ikke-heltallige dimensioner) & iteration.

Eleven kunne beskæftige sig med eksempelvis mandelbrotmængden, sierpinksis trekant, julia mængder eller lign., og her er mulighed for at perspektivere til romanen gennem sine opdagelser i forbindelse med det matematiske arbejde i studiet med sådanne mængder!

Populationsdynamikken i "Flatland" kan også underlægges nærmere undersøgelser (jf. A.K. Dewdney's anmeldelse af "The annotated Flatland: A Romance of Many Dimensions").

### Engelsk

Udover de ovenfor nævnte muligheder for variation i opgaven, i form af blandt andet skiftende fokuspunkt i analyse af "Flatland" (teologisk, classesamfundet, kønsroller mv) og tilhørende perspektivering til den viktorianske kultur, er der mange andre muligheder for at variere opgaven:

- Der er flere muligheder for sammenligning med andre litterære værker, der som "Flatland" har et geometrisk udgangspunkt og grundlag for en skønlitterær fortælling. Ian Stewart: "Flatterland: Like Flatland, Only More So", Rudy Rucker: "Spaceland" og Jeff Weeks: "Shape of Space" er blot nogle få eksempler (jf. nedenstående henvisninger og iøvrigt Alex Kasmans hjemmeside for resumé af de pågældende bøger)
- En animeret version af bogen er udgivet i 1965, og 2 nye filmatiseringer er på vej. Sammenligninger mellem de forskellige filmatiseringer og bogen vil således også være mulig. Her kunne man eksempelvis fokusere på sprogbrugen i bogen vs. filmen, eller man kunne søge at analysere, hvorledes en af de 2 moderne film reflekterer det amerikanske samfund 2007 sammenlignet med Abbots forsøg på i sin roman at reflektere sit samtidige miljø.  
(Se henvisninger til filmatiseringerne nedenfor- der er underholdende online trailere for dem alle 3)

## Henvisninger

(Alle web-adresser er ajourført august 2016) Mange links, men de er interessante (og er kun et udvalg)!

### Engelsk

#### Hovedværk:

Edwin Abbott Abbott: "Flatland – A Romance of Many Dimensions", 1884

Der er udgivet flere versioner, men bogen kan downloades gratis med alle figurer her:

<http://download.org/etext/flatland/contents.html>

eller her <http://xahlee.org/flatland/index.html>

Alternativt kan en paperback version købes meget billigt her:

<http://www.amazon.com/exec/obidos/ASIN/048627263X/themathforum/>

#### Anden litteratur/ Litteratur til sammenligning samt anmeldelser heraf:

- Dionys Burger: "Sphereland: A Fantasy about Curved Spaces and an Expanding Universe", 1965
- A.K. Dewdney: "The Planiverse: Computer Contact with a Two-dimensional World", 1984
- Ian Stewart: "Flatterland: Like Flatland, Only More So", 2000
- Rudy Rucker: "Spaceland", 2002
- Jeff Weeks: Shape of Space, 2. udgave, 2001 (populær indføring i moderne topologi)
- Ian Stewarts kommenterede udgave "The Annotated Flatland: A Romance of Many Dimensions" - indeholder noter og kommentarer til Abbotts roman, samt i samme forbindelse noter om spacefilling curves, hilbert rum og geometriske konstruktioner + essay om den 4. dimension i matematik
- Thomas Banchoff's udgave af E.A. Abbotts: "Flatland: A Romance of Many Dimensions", Princeton University Press, 2005, ISBN 0691123667 <http://press.princeton.edu/titles/4774.html>

A.K. Dewdney (Professor i Matematik) : "The Annotated Flatland: A Romance of Many Dimensions"

<http://www.ams.org/notices/200210/rev-dewdney.pdf>

God anmeldelse af Ian Stewarts udgave. Berører Abbotts beskrivelse af kvinder, kommenterer på 'den centrale metafor' i romanen som: evnen til at indse og erkende højere og lavere dimensioner – relaterer til en 4. dimension. Kommenterer endvidere kritisk på hvert enkelt af kapitlerne i Flatland. Giver indblik i Stewarts noter, samt mulige matematiske problemstillinger affødt af romanen – eksempelvis vedr. populationsbiologi i 'Flatland'.

Marianne Freiberger's anmeldelse af Thomas Banchoff's udgave af Flatland :

<http://plus.maths.org/issue38/reviews/book2/index.html>

<http://www.calormen.com/Flatland/>

Kommentarer til Flatland, Sphereland, The Planiverse, Flatterland og Spaceland. Endvidere sammenligning mellem Flatterland og Sphereland & nogle gode links om ovenstående bøger samt den 4. dimension.

<http://www.strangehorizons.com/reviews/2006/07/flatland.shtml>

Anmeldelse, sammenligning af flatland, flatterland og spaceland

[http://villainyinc.thinkport.org/families/books\\_experiencedreaders.asp](http://villainyinc.thinkport.org/families/books_experiencedreaders.asp)

(Om relaterede bøger; korte resuméer)

Alex Kasman: Mathematical Fiction, <http://kasmana.people.cofc.edu/MATHFICTION/> (Hjemmeside som søger at samle information om betydningsfulde referencer til matematik indenfor skønlitteratur).

### Om Flatland:

Ivars Peterson: "A stranger from Spaceland", Science News, Jan 2000, Vol 157, No. 1

<https://www.sciencenews.org/article/stranger-spaceland>

(Anmeldelse som beskriver flere af de interessante facetter af Flatland, illustrerer hvorledes bogen kan analyseres både udfra et matematisk såvel som socialt- og samfundsmæssigt perspektiv.)

J. Max Wilson: "Neglected literature: Flatland" <http://www.sixteensmallstones.org/neglected-literature-flatland>

(Anmeldelse af Flatland med fokus på værkets værdi ud fra et litterært synspunkt. Sætter bl.a. fokus på social satire og teologisk indsigt.)

<http://www.mathaware.org/mam/00/master/people/abbott/satire.html>

(Om social satire i Flatland. Om kvinders status/rang, 'Two-Culture' society, religion, de anderledes mennesker, sociale klasser og uddannelse.)

<http://blog.drscottfranklin.net/2007/01/28/faith-and-science-up-to-this-point/>

Kommentar til nogle af de teologiske aspekter, som berøres i Flatland. Drager paralleller til vores måde at kommunikere på, og problemer med samme (Klar analogi til det moderne samfund).

<http://www.calvin.edu/~rpruim/courses/m100/S03/hw/Flatland.html>

(Spørgsmål til elever - brugt i undervisningsøjemed i forb. med læsningen af Flatland.)

Leo P. Kadanoff, The James Franck Institute, The university of Chicago:

<http://jfi.uchicago.edu/~leop/AboutPapers/GeoPhysAndSocComm.txt>

(Anmeldelse af og sammenligning mellem Flatland og Flatterland)

<http://www.uh.edu/engines/epi783.htm> Uddrag af et radio program med omtale af Flatland blandt andet med relation til Einsteins 4. dimension, tiden).

Thomas F. Banchoff: "From Flatland to Hypergraphics: Interacting with Higher Dimensions", Interdisciplinary Science Reviews, 1990

<http://www.mathaware.org/mam/00/master/people/abbott/index.html>

(Meget interessant artikel om Flatland ud fra et matematisk perspektiv. Berører dog også ved romanens betydning i teologisk og filosofisk perspektiv. Slutteligt afsnit om visualisering af 4 dimensioner idag)

"Life in flatland" - <http://www-pub.naz.edu:9000/~109boyd/handouts/flatland-lab.pdf>

(Interessante opgaver i et forsøg på at skabe et miljø hvor man kan "opleve Flatland")

<https://web.archive.org/web/20080704135651/http://www.math.montana.edu/frankw/ccp/multiworld/virtual/flatland/learn.htm> Geometriske opgaver (CAS) (Lineær algebra)

### Filmatiseringer:

<http://www.der.org/films/flatland.html>

Animeret filmatisering af E. A. Abbott's Flatland (11 min). Filmen er fra 1965, produceret på Harvard University - ganske underholdende. Kan downloades eller købes på ovenstående web-adresse, hvor man også kan se en bid af filmen!

<http://www.flatlandthemovie.com/> Ny filmatisering (30 min) udsendt i foråret 2007, Dvd kan bestilles & trailer for filmen kan ses her!

[http://mathforum.org/mathtools/discuss.html?context=all&do=r&msg=\\_\\_\\_\\_\\_dev-47](http://mathforum.org/mathtools/discuss.html?context=all&do=r&msg=_____dev-47)

Kort om Flatland the Movie

<https://www.youtube.com/watch?v=eyuNrm4VK2w> Flatland: The Film. En anden filmatisering fra 2007 (1:40 min)

<https://groups.google.com/forum/#!topic/alt.math.recreational/bSI0L3lpMWQ> (Anmeldelse af Flatland the Film.)

## Om det viktorianske samfund

<http://www.victorianweb.org/>

God side, med mange gode links. Her kan man nemt finde oplysninger om England på Abbotts tid.

## **Matematik**

### Om Keglesnit

Jens Carstensen: "Geometri og Keglesnit", Systime, 1996

Beregnet til matematik høj niveau / kildemateriale til de tidligere 3.g opgaver.

(Indhold: Forudsætninger ; Cevas sætning ; Menealos sætning ; Miquels sætning ; Symmedianerne ; Brochardpunkterne ; Parablerne ; Ellipsen ; Hyperblen ; Andengradskurver)

Jens Carstensen & Jesper Frandsen: "Matematik 3", Systime, 1994, (Kap. 6 omhandler keglesnit)

Jens Carstensen: "Mat 3A", Systime, (s.151,154-157, 159-163, 165-167)

Vang Lundsgaard Hansen: "Den geometriske dimension", NNF, 1989, (s.106-123)

<http://science-gym.dk/oldweb/matnat/skoler/20012002/a/kegle.doc>

Om Keglesnit med derive (Af Børge Jørgensen)

Om keglesnit med geometer

[http://ihs01.elevunivers.dk/lru/geometer/gymnasie/keglesnitsvaerktoejer\\_alment.pdf](http://ihs01.elevunivers.dk/lru/geometer/gymnasie/keglesnitsvaerktoejer_alment.pdf)

<http://www.matematiksider.dk/ellipser.html> (Vestergaards hjemmeside, en masse om keglesnit beregnet til gymnasieelever – gode illustrationer og forklaringer)

### Visuel matematik & Fraktaler

<http://www.math.ku.dk/~moller/f02/dannelse/almbog/Main.pdf> (Kap. 2 og 3 giver populær indføring i den fraktale dimension, incl. Behandling af Mandelbrot og Julia mængder)

Hans Lauwerier: "Fractals, Images of Chaos", Amsterdam: Computer Science Department, 1987

Bog som går i dybden med de matematiske aspekter af fraktaler. Begrebet fraktal dimension behandles grundigt. Gode illustrationer og overskuelig at læse.

Mogens Esrom: "Dimension", Kvant, December 1993. (Bilag 1); (Om "Dimensions"-begrebet ud fra et matematisk perspektiv. Omhandler blandt andet Osgood's kurve & Von Koch's Snefnug).

<http://www.flo.dk/> (Om iteration, Fraktaler og Kaos – på dansk! Utrolig god side)

Hvis linket ikke virker, prøv: <https://web.archive.org/web/20130606025331/http://flo.dk/>

<https://web.archive.org/web/20070629104932/http://ga.randers-hf-vuc.dk/ti/mandel.html> (Om Mandelbrot mængden)

<http://home.imf.au.dk/jonas/fraktaler.pdf> (Udemærket foredrag om Mandelbrot mgd. (herunder introduktion til komplekse tal og uendelighed))

<http://www.famosweb.org/arkiv/10-2/node13.html> (Introduktion til Julia og Mandelbrotmgd.)

<http://www.juliasets.dk/Fractals.htm> (Flotte illustrationer af fraktaler. Program kan downloades gratis, så man selv kan eksperimentere med fraktaler).

[http://www.h33.dk/sierpinski\\_index.html](http://www.h33.dk/sierpinski_index.html) (Om sierpinski svampen og – tæppet)

<http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/highdim.html> (Om mange dimensionel geometri – mange links)

<http://www.matematiksider.dk/fractal.html> (Vestergaards hjemmeside, introduktion til fraktaler beregnet til gymnasieelever – gode illustrationer og forklaringer)

Vektorer i rummet

Jens Carstensen & Jesper Frandsen: "Matematik 3", Systime, 1994, (Kap. 4 omhandler rumgeometri)

<http://www.mat1.dk/WVektor.htm>

(Mange links til vektorregning, rumgeometriske figurer, tre-dimensional grafik mv. Utrolig god side. Mange muligheder for interaktive opgaver.)

<http://www.mat1.dk/> (Links til blandt andet vektorer, plan- og rumgeometri med Mathcad)