

MAT 3GEx F2005. PLAN 6.

Ved forelæsningen den 2/6 gennemgik jeg fra Kapitel 10: Thm. 10.2, Prop. 10.4, Thm. 10.3 og Thm. 10.4. Endvidere gennemgik jeg Note 3 (om en formel for κ_g) samt Afsnit 11.1.

Program for forelæsningen 9/6 (sidste forelæsning)

Afsnit 11.2-11.3 samt Note 4 (om parallelle vektorfelter). Afsnit 11.4-11.5 kan vi ikke nå, og de er derfor ikke med i pensum.

Program for øvelserne 9/6

- 1) Pressley opgave 10.9, 10.10.
- 2) For hvilke reelle tal a, b, c findes der en parametriseret flade med følgende konstante værdier for den første og den anden fundamentalforms koefficienter?

$$E = G = 1, F = 0 \text{ og } L = a, M = b, N = c.$$

- 3) Lad $\sigma: U \rightarrow \mathbb{R}^3$ være en regulær parametriseret flade, hvor $U =]-3, 3[\times]-3, 3[$. Antag de to kurver på σ , $t \mapsto \sigma(\cos t, \sin t)$ og $t \mapsto \sigma(2 \cos t, 2 \sin t)$, begge er geodætiske. Vis, at der findes mindst et punkt på σ som ikke er elliptisk.

- 4) Lad $\sigma: U \rightarrow \mathbb{R}^3$ være en regulær parametriseret flade, hvor $U =]-2, 2[\times]-2, 2[$. Antag, at $E = G = u^2 + v^2$ og $F = 0$.

a) Bestem Gauss krumningen K for σ , og udregn det samlede integrale af K over billedet af cirkelskiven $\{(u, v) \mid u^2 + v^2 \leq 1\}$.

b) Lad $\gamma(s) = \sigma(\cos s, \sin s)$. Vis, at γ har enhedsfart, og bestem dens geodætiske krumning κ_g . Udregn det samlede integrale af κ_g langs den lukkede kurve γ .

c) Sammenlign resultaterne fra a og b og forklar ved hjælp af Gauss-Bonnet sætningen.

Program for øvelserne 16/6 (sidste øvelsesgang)

- 1) Pressley opgave 11.3, 11.7, 11.9
- 2) Vi betragter en parametriseret regulær flade $\sigma: U \rightarrow \mathbb{R}^3$, hvor $U = \{(u, v) \mid u > 0\}$. Antag der gælder $E = 1, F = 0$ og $G = u^2 + 4 \cos^2(2v)$. Lad γ være kurven på σ givet ved $\gamma(t) = \sigma(1, t)$, og lad

$$\varphi(t) = - \int_0^t (1 + 4 \cos^2(2r))^{-1/2} dr$$

for $t \in \mathbb{R}$. Vis, at vektorfeltet

$$w(t) = \cos(\varphi(t)) \frac{\sigma'_u}{\|\sigma'_u\|} + \sin(\varphi(t)) \frac{\sigma'_v}{\|\sigma'_v\|}$$

er parallelt langs γ .

- 3) Eksamen 3GE, Vinter 2003-2004, opgave 5.

Skriftlige opgaver

1) Eksamen 3GE sommer 2004, opgave 2, spørgsmål 3 (kan regnes uafhængigt af 1-2).

2) Eksamen 3GE sommer 2003, opgave 3, spørgsmål 1,5-7 (kan regnes uafhængigt af 2-4), samt eventuelt til senere aflevering: spørgsmål 8 (forudsætter Pressley Afsnit 11.2) og 9 (forudsætter Note 4).