Matematisk Afdeling
Institut for Matematiske Fag

10. marts 2002

Mikael Rørdam

Mat 3MI — Mål og Integralteori – F02 — Ugeseddel nr. 6

Forelæsningerne i uge 10: Her blev §4.1 om integration af positive funktioner blev læst færdigt. Sælige vigtige er konvergenssætningerne: Lebesgue's monotonisætning (Hovedsætning 4.3) og Fatou's Lemma (Sætning 4.7).

Forelæsningerne i uge 11: Her læses §4.2 og §4.7. Er det mere tid, så fortsætter jeg med §§4.3–4.6.

Hjemmeopgave — afleveres i uge 12: Opgave 2, spm. (ii), (iii) og (iv) Eks. januar 1999 og Opgave 3 Eks. juni 1999. (Eksamensopgaverne kan hentes på kursets hjemmeside.)

Øvelserne i uge 12: Regn opgaverne: 4.8*, 4.19, 4.23, 4.24*, 4.41*, 4.42 og de to supplerende opgaver.

Supplerende opgave 1: Vis at

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{2\pi}\sin(x)^n dx = 0.$$

Supplerende opgave 2: Lad $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R},\mathbb{B},m)$ være givet, og se på den *Fourier transformerede* g af f:

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\mathbb{R}} f(x)e^{-ixt}dx.$$

Vis, at g er veldefineret og kontinuert. Sæt $f_1(x) = -ixf(x)$. Vis, at hvis f_1 tilhører $\mathcal{L}(\mathbb{R},\mathbb{B},m)$, så er g differentiabel, og

$$g'(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\mathbb{R}} f_1(x)e^{-ixt}dx.$$