Matematisk Afdeling
Institut for Matematiske Fag

20. april 2002
Mikael Rørdam

Mat 3MI — Mål og Integralteori – F02 — Ugeseddel nr. 10

Forelæsningerne i uge 15: Her blev §5.1 om entydighed af Lebesguemået gjort færdigt. Herefter blev Vitali's Sætning (5.30) og forskellige afstikkere hertil, bl.a. translationsinvarians af Lebesguemålet (5.15), gennemgået.

Jeg burde have gennemgået §§5.2 og 5.3 af hensyn til de opgaver, I skal regne i uge 14 (opgaverne stillet på ugeseddel 9). Men det nåede jeg beklageligvis ikke! Sorry! Dette giver anledning til følgende revision af opgavelisten til uge 16: Udskyd Supplerende Opgave 2 til uge 17! For at regne de øvrige opgaver skal I blot vide følgende to ting:

Lad I være et delinterval af $\mathbb{R}$. En funktion $f\colon I \to \mathbb{C}$ kaldes *lokalt integrabel*, hvis f er målelig og hvis $\int_a^b |f| dm < \infty$ for alle kompakte intervaller $[a, b] \subseteq I$. Mængden af lokalt integrable funktioner på I benævnes $\mathcal{L}_{\mathrm{loc}}(I)$.

Et mål μ defineret på Borel-σ-algebraen $\mathbb{B}(\mathbb{R}^k)$ kaldes et *Radonmål*, hvis $\mu(K) < \infty$ for alle kompakte delmængder K af $\mathbb{R}^k$.

Forelæsningerne i uge 16: Her vil jeg samle op på forskellige emner fra Kapitel 5, især fra §§5.2 og 5.3. Vi fortsætter med Kapitel 6 om produktmål.

Hjemmeopgave — afleveres i uge 17: Opgave 7 fra 3MI-eksamenen januar 2000 (forårspensum).

Øvelserne mandag d. 22/4, onsdag d. 24/4 og fredag d. 3/5: Regn først den udsatte Supplerende Opgave 2 fra ugeseddel 9. Regn herefter nedenstående supplerende opgave, Opgave 9 fra 3MI-eksamenen juni 1999 (forårspensum), og opgaverne 6.2, 6.4*, 6.5, og 6.9.

Opgaver markeret med * regnes, hvis tiden tillader det.

Supplerende opgave. Lad π være målet på mængden $X = \{0, 1\} \times \{0, 1\}$ givet ved

$$\pi(\{(0,0)\}) = 1, \quad \pi(\{(0,1)\}) = 2, \quad \pi(\{(1,0)\}) = 3, \quad \pi(\{(1,1)\}) = 4.$$

Findes mål μ og ν på $\{0, 1\}$, så $\pi = \mu \otimes \nu$?