

MASO  
UGE 6

JMM

## Forelæsninger

Vi ser på punktfølger  $x_k$  i  $\mathbf{R}^n$  og diskuterer

- konvergens
- delfølger
- begrænsede mængder og følger
- afsluttede mængder og følger
- kompakte (= afsluttede + begrænsede) mængder og følger

Det skal vi bruge til at se at

- det kontinuerte billede af en kompakt mængde er kompakt
- en kontinuert reel funktion på en kompakt mængde har både et minimumspunkt og et maksimumspunkt (Ekstremværdisætningen)
- ekstremværdifunktionen er kontinuert

Vi afslutter §7.2, Sætningerne 7.2.7 og 7.2.8 er særligt vigtige.

## Regneøvelser

**Opgave 1:** Sydsæter 7.1.7 p 194

**Opgave 2:** Sydsæter 7.2.2 p 203

**Opgave 3:** Sydsæter 7.2.6 p 203

**Opgave 4:** Sydsæter 7.2.7 p 203 *Rettelse*. Opgave 7.2.7.b) skal lyde: Vis at  $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$ . Find et eksempel hvor venstresiden og højresiden er forskellige.

**Opgave 5:** Gør rede for, at der for en begrænset delmængde  $A \neq \emptyset$  af  $\mathbf{R}$  gælder, at  $\sup(A) \in \text{cl}(A)$  og  $\inf(A) \in \text{cl}(A)$ .

Få først styr på

- Hvad betyder det at et tal  $x$  ligger i  $\text{cl}(A)$ ? Se F5.
- Hvad er  $\sup(A)$ ? Se F1.
- Er  $\sup(A) - \varepsilon$  et overtal for  $A$  når  $\varepsilon > 0$ ?

**Opgave 6 til aflevering:** Er funktionen  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  givet ved  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$  kontinuert? Er mængden  $\{1\} \subseteq \mathbf{R}$  åben? Er den afsluttet? Hvad er randen? Hvad er det indre? Hvad er afslutningen? Samme spørgsmål for mængden  $] -\infty, 1[ \subseteq \mathbf{R}$ . Skriv de to delmængder af  $\mathbf{R}^3$

$$\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}, \quad \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 1\}$$

som  $f$ -løsningsmængder. Er de åbne eller afsluttede? Har  $f$  minimumspunkter og/eller maksimumspunkter på  $[-2, 2] \times [-3, 3] \times [-4, 4] \subseteq \mathbf{R}^3$  Hvor? Find  $f$ -billedet  $f([-2, 2] \times [-3, 3] \times [-4, 4])$  af  $[-2, 2] \times [-3, 3] \times [-4, 4]$ . Kan du på forhånd sige noget om hvilken slags mængde det billede er?