

MASO
UGE 12

JMM

Forelæsninger

Jeg definerer den såkaldte *standardform* for lineære programmer, som bl.a. har den egenskab, at det duale til et standardprogram også er et standardprogram. Det forklares, hvorledes et vilkårligt lineært program kan omformes til et på standardform. Vi kommer også ind på Farkas' alternativ som ligger bag Karush–Kuhn–Tucker og Dualitetssætningen.

Regneøvelser

Opgave 1: Eftersis, at ligningssystemet

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= -3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 4\end{aligned}$$

ikke har nogen løsning $\underline{x} = (x_1, x_2, x_3) \geq (0, 0, 0)$.

Opstil Farkas' alternativ til ligningssystemet og find en løsning dertil.

Opgave 2: Opstil det duale program (P') til følgende lineære program:

(P) Maksimer $5x + 4y - 2z$ under hensyn til bibetingelserne

$$\begin{aligned}2x + 5y - 11z &\leq 7 \\ 3x - y + 9z &\leq 2.\end{aligned}$$

Eftersis, at (P) har uendelig mange tilladte løsninger, men at (P') kun har een tilladt løsning. Bestem den optimale værdi af (P').

Opgave 3: Et gartneri har $2000m^2$ drivhusjord, hvorpå der kan dyrkes agurker og tomater. Dyrkning af de to grøntsager kræver henholdsvis $50m^2$ og $30m^2$ pr. tons afgrøde, og salget af de to grøntsager kan indbringe henholdsvis $5000kr$ og $6000kr$ pr. ton. Endvidere råder gartneriet over $300m^3$ vand til vanding af grøntsagerne, og der kan afsættes 200 timers arbejdskraft. Dyrkning af agurker kræver $6m^3$ vand og 3 timer arbejdskraft pr. ton, mens dyrkning af tomater kræver henholdsvis $5m^3$ og 5 timer pr. ton.

a) Idet vi lader A og T betegne antal dyrkede tons af de to grøntsager, skal der gøres rede for, at man for at fastlægge den mest indbringende dyrkningsplan skal finde en optimal løsning til det lineære program

(P) Maksimer $5A + 6T$ under hensyn til bibetingelserne

$$\begin{aligned}5A + 3T &\leq 200 \\ 6A + 5T &\leq 300 \\ 3A + 5T &\leq 200\end{aligned}$$

og fortegnskravene $A \geq 0, T \geq 0$.

b) Tegn mængden af tilladte løsninger til (P) og gør rede for, at der findes en optimal løsning.

c) Find en optimal løsning ved at betragte niveaukurver for objektfunktionen.

Opgave 4: Opstil det duale program (P') til programmet

(P) Maksimer $10x_1 - 10x_2 - 3x_3$ under hensyn til bibetingelserne

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1$$

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2$$

$$6x_1 - 2x_2 - 4x_3 - x_4 \leq 3$$

samt fortegnskravene $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$. og find en tilladt løsning til (P').

Benyt "ekstremværdisætningen" til at indse, at (P') har en optimal løsning.

Opgave 5: Sydsæter 8.9.1

Opgave 6 til skriftlig aflevering: Eksamen sommer 07 Opgave 3