JMM

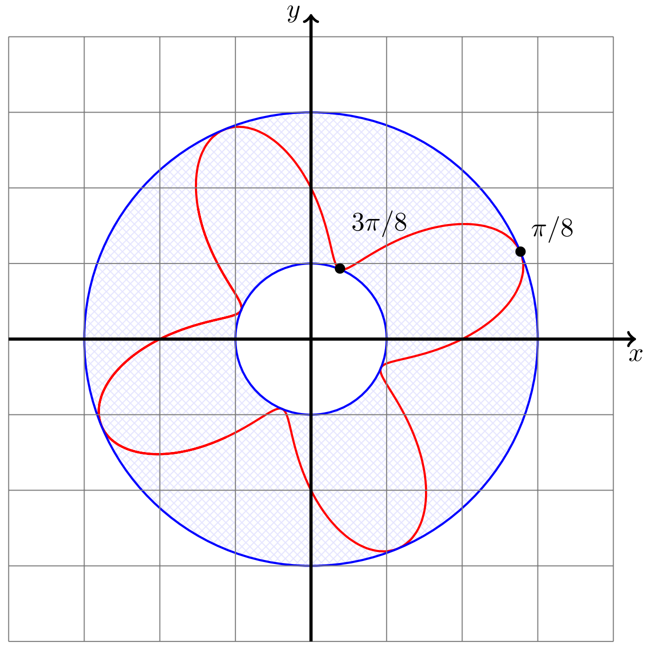
Besvarelse af MASO 2017B

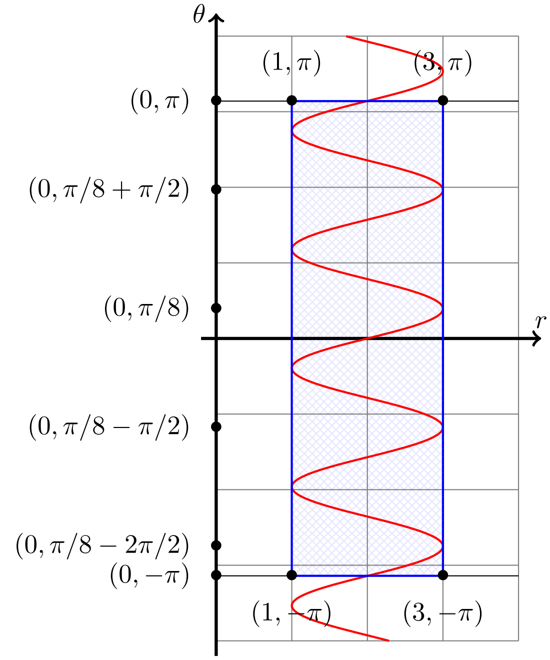
Opgave 1

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n/3^n = \frac{1}{1-2/3} = 3$.

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(2^n/3^n\right)$ er konvergent da $\sin(x) \leq x$ for $0 \leq x \leq \pi/2$.

Opgave 2





Opgave 3

(a) $\frac{\partial F}{\partial y} \neq 0$

(b) $L(\sqrt{5}) = 1$, $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x} = -\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^{-1}\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{\sqrt{5}}{7}$, og $L(\sqrt{5}+\Delta x) \approx 1 - \frac{\sqrt{5}}{7}\Delta x$ når $\Delta x \approx 0$.

Opgave 4

(a) $M(P)$ er det blåt skraverede

(b) Ja, det garanterer Ekstremværdisætningen.

(c) $\nabla g_1 = \begin{pmatrix} 3x_1^2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\nabla g_2 = \begin{pmatrix} 3x_1^2 \\ +1 \end{pmatrix}$, $\nabla g_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. De blå pile er bibetingelsernes gradienter.

(d) Hvis $x \in M(P)$ er optimal og opfylder **LICQ** siger Karush–Kuhn–Tuckers sætning at der der findes $u \in \mathbf{R}^3$ så **KKTNB** er opfyldt:

(1) $g(x) \leq 0$, $u \geq 0$

(2) $u^t g(x) = 0$

(3) $\nabla f(x) = u_1 \begin{pmatrix} 3x_1^2 \\ -1 \end{pmatrix} + u_2 \begin{pmatrix} 3x_1^2 \\ +1 \end{pmatrix} + u_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(e) Her er $\nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. **KKTNB** kan ikke opfyldes med 0 eller 1 aktiv bibetingelse. Der er tre punkter hvor netop to bibetingelser er aktive, men **KKTNB** kan heller ikke opfyldes i nogen af de tre punkter. Der er ingen punkter i $M(P)$ hvor alle tre bibetingelser er aktive. Derfor er **KKTNB** ikke opfyldt for noget $x \in M(P)$. Det er klart at $O(P) = \{(0,0)\}$ da $x_1 < 0$ for alle andre mulige løsninger. Dette stemmer med Karush–Kuhn–Tuckers sætning da $(0,0)$ er det eneste punkt i $M(P)$ som ikke opfylder **LICQ**.

(f) Her er $\nabla f(x) = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{pmatrix}$. Ud fra figuren ser vi at $O(P) \subseteq \{(0,0),(-1,1)\}$. Da $(0,0)$ ikke er optimal er $O(P) = \{(-1,1)\}$.