JMM, Vinter 2015/2016

# Besvarelse af MASO 2015B

**Opgave 1**

Det er ikke altid rigtigt, men det er rigtigt når $f_1$ og $f_2$ er kontinuerte.

**Opgave 2**

For store $n$ er $\frac{n^2}{2^n} \leq \frac{1}{n^2}$ da $2^n$ går hurtigere mod $\infty$ end $n^4$. Sammenligningskrtieriet giver at rækken er konvergent.

**Opgave 3**

(a)

$$Df(x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} x_2^2 x_3^3 & 2x_1 x_2 x_3^3 & 3x_1 x_2^2 x_3^2 \\ 2x_1 & 2x_2 & 2x_3 \end{bmatrix}$$

(b) $f(1,1,1) = (1,3)$

(c) Jacobimatricen i $(1,1,1)$

$$Df(1,1,1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

indeholder den invertible $(2 \times 2)$-matrix

$$\frac{\partial f}{\partial(x_1, x_2)}(1,1,1) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Implicit Funktion Sætning siger nu at vi kan finde $x_2$ og $x_3$ i ligningen $f(x_1, x_2, x_3) = (1,3)$.

(d) $x_1^2 + x_2(x_1)^2 + x_3(x_1)^2 = 1$ for all $x_1$ nær ved 1.

(e) Differentier den konstante funktion $x_1^2 + x_2(x_1)^2 + x_3(x_1)^2$.

**Opgave 4**

(a) Ifølge Ekstremværdisætningen er der optimale løsninger til $(P_0)$.

(b) De fire bibetingelser er $x_1 - 2 \leq 0$, $-2 - x_1 \leq 0$, $x_2 - 1 \leq 0$, $-1 - x_2 \leq 0$.

(c) **KKTNB** er

- $u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, u_3 \geq 0, u_4 \geq 0$
- $u_1(x_1 - 2) = 0$, $u_2(x_1 + 2) = 0$, $u_3(x_2 - 1) = 0$, $u_4(x_2 + 1) = 0$
- $x_1 \leq 2$, $x_1 \geq -2$, $x_2 \leq 1$, $x_2 \geq -1$
- $\begin{pmatrix} 2x_1 \\ 8x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ u_3 - u_4 \end{pmatrix}$

(d) Der er ingen.

(e) De mulige løsninger der opfylder **KKTNB** er $(0,0), (\pm 2, 0), (0, \pm 1), (\pm 2, \pm 1)$. Det ser man ved at gå igennem tilfældene hvor 0, 1, og 2 bibetingelser er aktive.

(f) $f(\pm 1, \pm 2) = 17$

(g) $f(\pm 2, 0) = 4 = f(0, \pm 1)$