

Matematik for biologer

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer. Opgavernes omtrentlige vægtning er angivet i parentes. Formulering og argumentation i opgavebesvarelsen vil indgå som et væsentligt element i bedømmelsen. Alle sædvanlige hjælpemidler, bortset fra computere, må benyttes. Du må gerne skrive med blyant.

Opgave 1 (30%)

I en ikke-lineær populationsmodel, $P_{t+1} = F(P_t)$, er fremskrivningsfunktionen

$$F(P) = 1,3P - 0,0025P^2 - 4$$

Den afledte funktion $F'(P) = 1,3 - 0,005P$.

- (1) Modellen har to ligevægte. Find dem!
- (2) Er ligevægtene stabile eller ustabile?
- (3) For hvilke værdier af populationsstørrelsen P er tilvækstfunktionen $\Delta F(P) = F(P) - P$ positiv og for hvilke værdier af P er den negativ?
- (4) Hvordan vil det gå med populationen, hvis den til tiden $t = 0$ består af $P_0 = 15$ individer?
- (5) Giv en vurdering af hvordan vil det gå med populationen, hvis den til tiden $t = 0$ består af $P_0 = 16$ individer?
- (6) Find positive tal r , K og H (vækstrate, bærekapacitet og høst) så fremskrivningsfunktionen kan skrives på formen $F(P) = P + rP(1 - P/K) - H$.

Opgave 2 (20%)

Vi betragter en population, inddelt i fire delpopulationer, med en lineær multipopulationsmodel af formen

$$\mathbf{x}_{t+1} = P\mathbf{x}_t$$

hvor, \mathbf{x}_t , bestandsvektoren til tiden t , består af fire ikke-negative tal, og P er en (4×4) -matrix af ikke-negative tal. Vi antager at

- matricen P har $1,17$ som dominerende egen værdi med $(585, 335, 57, 23)$ som egenvektor,
 - til tiden $t = T$, hvor T er stor, har bestandsvektoren \mathbf{x}_T førstekoordinat lig med 468 .
- (1) Giv et estimat af andenkoordinaten i bestandsvektoren \mathbf{x}_T .
 - (2) Giv et estimat af andenkoordinaten i bestandsvektoren \mathbf{x}_{T+1} .

(SLUT MED MATEMATIK)