

Vejledende besvarelse til skriftlig aflevering i uge 45

Opg. 7.4 Der er nu en bestand af 50 Traner i Jylland.

Det antages, at bestanden vokser eksponentielt med 10% om året.

Hvornår er der 200 fugle?

Besvarelse Lad $f(x)$ være den funktionen, der til et antal år, x , fra nu, angiver mængden af Traner i Jylland. Antagelsen om eksponentiel vækst giver at $f(x)$ er på formen

$$f(x) = b \cdot a^x$$

Da den nuværende bestand af Traner er 50, dvs. $f(0) = 50$, må $b = 50$ idet

$$f(0) = 50 \Leftrightarrow b \cdot a^0 = 50 \Leftrightarrow b = 50$$

Antagelsen om 10% vækst hvert år, giver at $a = \frac{11}{10} = 1,1$. For det at bestanden efter ét år skal være 10% større end i året før, betyder netop $f(x+1) = \frac{11}{10}f(x)$, specielt skal da $f(1) = \frac{11}{10}f(0)$, og

$$f(1) = \frac{11}{10} \cdot f(0) \Leftrightarrow 50 \cdot a = \frac{11}{10} \cdot 50 \Leftrightarrow a = \frac{11}{10}$$

Altså er

$$f(x) = 50 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^x$$

Tilbage er så at bestemme hvor lang tid der går inden der er 200 Traner, dvs. vi skal løse ligningen $f(x) = 200$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 200 \\ \Updownarrow \\ 50 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^x &= 200 \\ \Updownarrow \\ \left(\frac{11}{10}\right)^x &= 4 \\ \Updownarrow \\ x \ln\left(\frac{11}{10}\right) &= \ln(4) \\ \Updownarrow \\ x &= \frac{\ln(4)}{\ln\left(\frac{11}{10}\right)} \end{aligned}$$

Svaret er derfor, at der skal gå $\frac{\ln(4)}{\ln\left(\frac{11}{10}\right)} \approx 14,5$ år.