

MASO

Uge 3, 15.-21. september, 2008

Forelæsninger

Mandag 15. september afsluttes omtalen af talrækker svarende til resten af §3 i GG. Hovedvægten lægges på *kvotientkriteriet* og *integralkriteriet* for konvergens samt eksempler på anvendelse af disse.

Torsdag 18. september er der ingen forelæsning grundet bortrejse.

Regneøvelser 17. og 20. september

Følgende opgaver regnes:

Opgave 7 Lad talfølgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ være givet ved

$$a_0 = 0, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + 1.$$

- Eftervis, at $0 \leq a_n \leq 2$ for alle n , og at følgen er monotont voksende.
- Gør rede for, at følgen er konvergent og find dens grænseværdi.

Opgave 8 Verificer, at følgende tre rækker er konvergente kvotientrækker og bestem deres sum.

- $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$
- $14 + 2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{49} + \dots$
- $4 - \frac{2}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{54} + \dots$

Opgave 9 Afgør for hvilke værdier af $x \in \mathbb{R}$ følgende kvotientrækker er konvergente og bestem deres sum.

- a) $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$
- b) $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$
- c) $1 + (1 - x) + (1 - x)^2 + (1 - x)^3 + \dots$
- d) $\frac{1}{x} - \frac{3}{x\sqrt{x}} + \frac{9}{x^2} - \frac{27}{x^2\sqrt{x}} + \dots, \quad x > 0.$

Opgave 10 Gør rede for, at følgende rækker er divergente.

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n+3}$
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}$
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+7}}{2n-1}$

Vink. Sætning 3.3 i GG og sammenligningskriteriet kan bruges.

Øvelse 3.2 i GG.

Opgave 11 til skriftlig aflevering. Lad talfølgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ være givet ved

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \sqrt{3a_n - 2}.$$

- i) Eftersis, at $2 \leq a_n \leq 3$ for alle n , og at følgen er monotont aftagende.
- ii) Gør rede for, at følgen er konvergent og find dens grænseværdi.