# MASO

## Uge 2, 8.-14. september, 2008

### Forelæsninger

Mandag 8. september er der ingen forelæsninger grundet bortrejse.

Torsdag 11. september indføres begrebet talrække, der kan opfattes som en sum med uendelig mange led. Konvergens af en talrække defineres og nogle eksempler gennemgås. Regnereglerne i Sætning 3.6 er vigtige (men ikke overraskende) og vi skulle gerne også nå det første af fire *konvergenskriterier*, sammenligningskriteriet.

### Regneøvelser 8. og 11. september

Følgende opgaver regnes:

**Opgave 1** Bestem supremum og infimum for følgende to mængder:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \ x^2 < 2\} \qquad B = \{x \in \mathbb{R} \mid \ x > 0\,,\ x + \frac{1}{x} < 3\}$$

Har disse mængder et maksimum eller minimum?

**Opgave 2** Brug definitionen af konvergens af en følge til at eftervise gyldigheden af ligningerne

$$\lim_{n\to\infty}\left(3 - \frac{2}{n}\right) = 3 \qquad \text{og} \qquad \lim_{n\to\infty}\frac{2\sin n}{n} = 0$$

*Vink.* Husk, at $|\sin x| \leq 1$ for alle $x \in \mathbb{R}$.

**Opgave 3** Bestem følgende grænseværdier:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{8n^4 + 2n}{3n^4 - 7} \qquad \lim_{n\to\infty}\frac{3n^2 - 4}{-2n^3 + 7} \qquad \lim_{n\to\infty}\frac{5n^3 + 2n - 13}{7n - 4}$$

*Vink.* Se evt. Eks. 4.3.5 i tillægsnoterne.

**Øvelse 2.2** i GG (side 48)

**Opgave 4** Bestem følgende grænseværdier:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5n^4 + 2n}{e^n - 7} \qquad\qquad \lim_{n\to\infty} \frac{n^5}{(\ln n)^4 + 6n^5}$$

*Vink.* Ved brug af grænseværdierne i Eksempel 2.9 i GG kan samme fremgangsmåde som i Opgave 3 anvendes.

**Opgave 5** Find eksempler på følger $(a_n)$ og $(b_n)$, således at $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ og $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$, og således at

$$a)\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0 \qquad b)\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty \qquad c)\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = -2$$

**Opgave 6 til skriftlig aflevering**. Gør rede for, at

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n} = 0 \qquad \text{og} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{n^2 + 3}{(\ln n)^2 - n} = -\infty$$