

Ekstraopgave 2

Betragt vektorrummet $V = \text{Pol}_2(\mathbb{R})$ af polynomier af grad højst 2 og definer

$$p \cdot q = \int_0^1 p(x)q(x) dx$$

for vilkårlige polynomier $p, q \in V$.

- 1) gør rede for at $p \cdot q$ er et skalarprodukt i V ,
- 2) Lad $p(x) = x, q(x) = 1 + x^2$. Udregn $p \cdot q$ og $|p|$.
- 3) Sæt $p_0(x) = 1, p_1(x) = 2x - 1, p_2(x) = 6x^2 - 6x + 1$. Vis, at p_0, p_1, p_2 er et ortogonalt sæt, og at de er en basis for V .
- 4) Beregn $|p_0|$ og $|p_1|$.
- 5) Bestem $U = \{p_2\}^\perp$. Kan du angive en ortogonal basis for U uden at regne?