

Ekstraopgave 1

Betragt 3×3 -matricerne

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Vis at alle tre matricer har det karakteristiske polynomium

$$p(\lambda) = (2 - \lambda)^3 = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 12\lambda + 8,$$

således at de alle har egenværdien $\lambda = 2$ med $\text{rm}(2)=3$, og der er ikke andre egenværdier.

b) Bestem egenrummet hørende til egenværdien 2 i alle tre tilfælde og angiv en basis for egenrummet.

c) Hvad er $\text{em}(2)$ i de tre tilfælde?

d) Hvilke af de tre matricer er diagonaliserbare?

e) Opskriv en 5×5 -matrix med egenværdien 8 og $\text{rm}(8)=5$, $\text{em}(8)=3$.