

Mat Y Afløsningsopgaver Sæt 2

Opgaverne er stillet 12. maj. Besvarelsenerne skal afleveres senest 15. maj.

Opgave 1

- (i) Bevis, at $\aleph_0^{2^{\aleph_0}} = 2^{2^{\aleph_0}}$ (obs. a^{b^c} betyder $a^{(b^c)}$).
- (ii) Undersøg om der, mængdeteoretisk set, er flere afbildninger af \mathbb{R} ind i \mathbb{R} end der er afbildninger af \mathbb{R} ind i \mathbb{N} .

Opgave 2

Lad $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$ være en funktion og definer en relation R på \mathbb{R} ved

$$xRz \Leftrightarrow f(x) = f(y).$$

- (i) Bevis, at R er en ækvivalensrelation.
- (ii) Bevis, at kvotientmængden \mathbb{R}/R er af kardinalitet højst \aleph_0 .
- (iii) Angiv tre konkrete eksempler: ét, hvor $\text{card}(\mathbb{R}/R) = 1$, ét hvor $\text{card}(\mathbb{R}/R) = 3$ og ét, hvor $\text{card}(\mathbb{R}/R) = \aleph_0$.