# Matematik H 2

**Erhvervsøkonomi/matematik**

4 timers skriftlig prøve

6. juni 1996

Opgavesættet er på to sider og består af 5 enkeltopgaver. Ved bedømmelsen indgår disse med de anførte omtrentlige pointtal. Alle hjælpemidler er tilladt inklusive lommeregnere.

**Opgave 1** (20p)

(1) Angiv den fuldstændige løsning til den homogene differentialligning

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 7\frac{dx}{dt} + 10 = 0\,.$$

(2) Beregn en løsning til den inhomogene differentialligning

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 7\frac{dx}{dt} + 10x = 2e^{-3t} + 10t^2\,,$$

og angiv derefter samtlige løsninger til denne ligning.

(3) Gør rede for, at differentialligningen i (2) er globalt asymptotisk stabil, f.eks. ved at henvise til en relevant sætning fra kurset.

**Opgave 2** (20p)

Betragt det ikke-lineære programmeringsproblem

$$\text{maksimer } \ln(x+1) + y$$

m.h.t. $2x + y^2 \leq 6$ og $x \geq 0$.

Opstil Kuhn-Tucker betingelserne for problemet og løs det ved hjælp af disse.




Opgavesættet fortsættes på side 2

**Opgave 3** (20p)

Betragt variationsproblemet

$$\text{minimer} \int_0^2 \left( e^t x + t\dot{x} + \frac{1}{2}\dot{x}^2 \right) dt$$

med randbetingelserne $x(0) = 0$, $x(2) = 2$.

(1) Opstil Eulerligningen for problemet og løs den.

(2) Bestem den løsning for Eulerligningen, som opfylder randbetingelserne.

(3) Gør rede for, at løsningen i (2) er optimal.

**Opgave 4** (20p)

Beregn den fuldstændige løsning til differensligningen

$$x_{t+2} - 6x_{t+1} + 9x_t = 4t^2 + 1\,.$$

**Opgave 5** (20p)

(1) Bestem den generelle løsning til det lineære differentialligningssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1 + x_2 + 2t \\ \dot{x}_2 &= \phantom{2x_1 +{}} x_2 + t\,. \end{aligned}$$

(2) Beregn den løsning til (1) som opfylder $(x_1(0),\ x_2(0)) = (1, 0)$.