

Geologisk anvendt matematik

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 4 sider med i alt 4 opgaver.

Opgaverne ønskes besvaret med så mange mellemregninger og så megen forklarende tekst, at eksaminandens tankegang træder tydeligt frem.

Opgave 1 (ca. 25 point)

I et koordinatsystem i planen er givet to vektorer $\vec{u} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ og

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2t-1 \end{pmatrix}.$$

Bestem t , så \vec{u} og \vec{v} er ortogonale.

Beregn for $t=1$ vinklen mellem \vec{u} og $\vec{u}+\vec{v}$.

Beregn for $t=1$ koordinaterne til \vec{u} 's projektion på $\vec{u}+\vec{v}$.

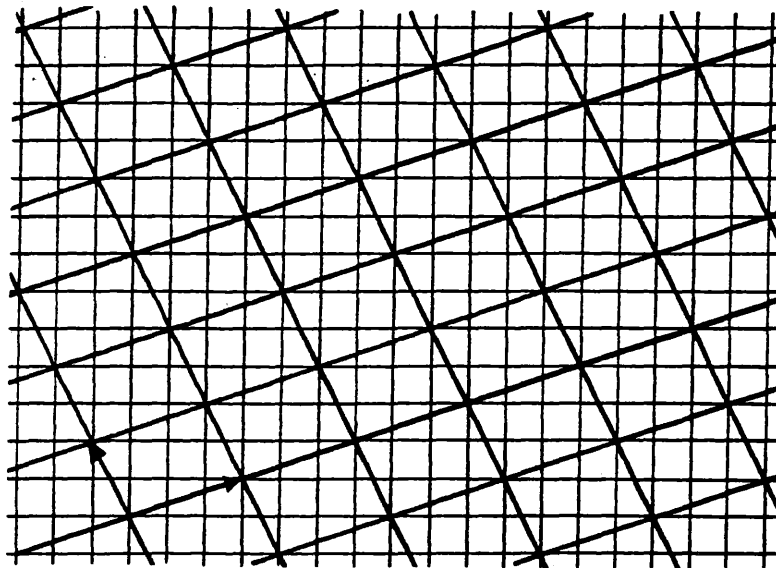
Opgaven fortsætter

Opgave 1, fortsat

Bestem t , så arealet af det parallelogram, der udspændes af \vec{u} og \vec{v} er lig med 6.

Opgave 2
(ca. 25 point)

Herunder er skitseret billedet af et kvadratnet ved en lineær afbildning $f: V \rightarrow V$, hvor V er vektorrummet af geometriske vektorer i planen.



Angiv $f(\vec{i})$ og $f(\vec{j})$, hvor \vec{i} og \vec{j} er basisvektorerne $\vec{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ og

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Angiv en matrixfremstilling for f .

Opgaven fortsætter

Opgave 2, fortsat

Gør rede for, at f har en omvendt afbildning f^{-1} , og bestem matricen hørende til f^{-1} .

En anden lineær afbildning g er givet ved matrixfremstillingen

$$g \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} .$$

Bestem matrixfremstillingen for den sammensatte afbildning $g \circ f$.

Opgave 3

(ca. 25 point)

I et koordinatsystem i rummet er givet punkterne $A(1,2,7)$, $B(-3,1,9)$ og $C(5,0,-1)$.

Bestem arealet af trekant ABC.

Bestem en ligning for den plan α , der indeholder A, B og C.

En anden plan β har ligningen $3x - 2z = 5$.

Bestem toplansvinklen mellem α og β .

En linje ℓ er givet ved parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 + 2t \\ 1 + t \\ -13 - 3t \end{pmatrix} ; \quad t \in \mathbb{R} .$$

Bestem koordinaterne til skæringspunktet P mellem ℓ og α .

Bestem afstanden fra punktet P til planen β .

Opgave 4
(ca. 25 point)

En vektorfunktion \vec{f} er bestemt ved

$$\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t \cdot \sin(t) \\ t \cdot \cos(t) \end{pmatrix} ; \quad t \in [-\pi; \pi].$$

Find parameterverdierne for grafens skæringspunkter med akserne.

Bestem koordinatsættene for disse skæringspunkter, og bestem hastighedsvektorerne i punkterne.

Bestem de punkter, hvori grafen har vandrette eller lodrette tangenter.

Tegn grafen.

Vis, at hastighedsvektoren \vec{f}' står vinkelret på accelerationsvektoren \vec{f}'' i netop ét af grafens punkter.