

## Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.  
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

### Opgave 1 (ca. 20 point)

a) Bestem integralerne

$$\int (3x^2 + 4x - \sin x) dx$$

og

$$\int \frac{3x+1}{x^2-x-6} dx$$

b) Bestem integralet  $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$  og derefter tallet

$$\int_1^8 \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$$

c) En funktion  $f$  af to variable  $x$  og  $y$  er givet ved

$$f(x, y) = 3xy^2 + x^3y - 3x^2 + 2y$$

Bestem  $\frac{\partial f}{\partial x}$  og  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

**Opgave 2**  
(ca. 20 point)

Løs differentiaalligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-4}{e^y}$$

Bestem den løsning  $f$ , som opfylder  $f(2) = 0$ .

**Opgave 3**  
(ca. 20 point)

En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = e^{-x} + \ln x.$$

Det oplyses, at grafen for  $f$  i intervallet  $[1;2]$  ligger over  $x$ -aksen.

Grafen for  $f$ ,  $x$ -aksen og linjerne med ligningerne  $x=1$  og  $x=2$  afgrænser et område  $M$ .

Beregn arealet af  $M$ .

En anden funktion  $g$  er for  $x \geq -1$  givet ved

$$g(x) = x\sqrt{x+1}.$$

Grafen for  $g$ , koordinatsystemets akser og linjen med ligningen  $x=1$  afgrænser et område, der drejes  $360^\circ$  om  $x$ -aksen.

Beregn volumenet af det derved fremkomne omdrejningslegeme.

**Opgave 4**  
(ca. 20 point)

Løs for  $x > -1$  differentiaalligningen

$$y' + \frac{1}{x+1}y = \sin x.$$

**Opgave 5**  
(ca. 20 point)

Løs differentiaalligningen

$$y'' + 3y' - 4y = 0.$$

Bestem derefter den fuldstændige løsning til ligningen

$$y'' + 3y' - 4y = -7\cos x - 11\sin x.$$