

Københavns Universitet
Naturvidenskabelig kandidateksamen, juni 1995

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1
(ca. 20 point)

Bestem integralerne

a) $\int (2x^3 - 4x + 3\cos(x)) dx$

b) $\int x^2 \cdot \sin(x) dx$

c) $\int x \cdot \sin(x^2) dx$

Bestem tallet

d) $\int_1^{10} (x+1)\sqrt{3x^2 + 6x - 5} dx$

Opgave 2
(ca. 20 point)

Bestem tallene a , b og c , således at funktionen

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

er løsning til differentialligningen

$$y'' + 2y' + 3y = 6x^2 + 11x + 3 \quad .$$

Bestem den fuldstændige løsning til denne differentialligning.

Opgave 3
(ca. 20 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x} \quad ; \quad x > 0.$$

Grafen for f , x -aksen og linierne med ligningerne $x=1$ og $x=4$ afgrænser en punktmængde M .

Beregn arealet af M .

Beregn rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om x -aksen.

Opgave 4
(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$y' + 2xy = x \quad .$$

Bestem den løsningskurve, der går gennem $(0,3)$.

Opgave 5
(ca. 20 point)

Find den fuldstændige løsning til differentiaalligningen

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot \cos(x) \quad .$$

Bestem den løsning, som opfylder $y(0) = 1$.

Bestem den løsning, som opfylder $y(0) = 0$.

Bestem den løsning, som opfylder $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$.