

Københavns Universitet  
Naturvidenskabelig kandidateksamen, januar 1995

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.  
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1  
(ca. 20 point)

Bestem integralerne

a)  $\int (x^5 - 3x^2 + 2x - 1) dx$

b)  $\int x \cdot e^x dx$

c)  $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$

Bestem tallet

d)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(2x+1) \cdot \cos(2x+1) dx$

**Opgave 2**  
(ca. 20 point)

To funktioner  $f$  og  $g$  er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 8x - 13 ,$$

$$g(x) = x^2 - 6x + 7 .$$

Skitser graferne for  $f$  og  $g$  i et koordinatsystem.

De to grafer afgrænser et område, der har et areal.

Beregn dette areal.

Grafen for  $g$ , koordinatsystemets akser og linien med ligningen  $x = 1$  afgrænser et område  $M$ . Når  $M$  drejes  $360^\circ$  om  $x$ -aksen fremkommer et omdrejningslegeme.

Beregn rumfanget af dette omdrejningslegeme.

**Opgave 3**  
(ca. 30 point)

Bestem for  $x > -2$  den løsning til differentialligningen

$$y' + \frac{1}{x+2}y = 3x - 2 .$$

som opfylder  $y(2) = 3$ .

**Opgave 4**  
(ca. 30 point)

Bestem tallene  $a$  og  $b$  således, at funktionen

$$h(x) = a \cos x + b \sin x$$

er løsning til differentialligningen

$$y'' + 6y' + 9y = 20 \cos x + 10 \sin x .$$

Bestem herefter den fuldstændige løsning til denne ligning.

**Opgave 5**  
(ca. 20 point)

Løs differentiaalligningen

$$\frac{dy}{dx} = 2xy .$$

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet  $P(1,2)$ .

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet  $Q(1,0)$ .

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet  $R(1,-2)$ .