

## Matematik F

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

Alle sædvanlige hjælpemidler kan medbringes.

Sættet er på 2 sider og består af 4 opgaver.

### Opgave 1

Lad os betragte problemet

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \sin x \quad , \quad x \in ]0, \pi[, \quad t > 0 \\ u(x, 0) &= f(x) \quad , \quad x \in [0, \pi] \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= 0 \quad , \quad x \in [0, \pi] \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 \quad , \quad t \geq 0.\end{aligned}$$

Find løsningen eksplicit. Hvad skal vi kræve af  $f(x)$ , for at løsningen er en egentlig løsning, dvs. to gange kontinuert differentiabel?

### Opgave 2

Lad  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  opfylde at  $f(\theta + 2\pi) = f(\theta)$  for alle  $\theta \in \mathbb{R}$  og at

$$f(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta \in [-\pi, 0[ \\ \theta, & \theta \in [0, \pi[. \end{cases}$$

- i) Skitsér grafen for funktionen  $f$ .
- ii) Beregn Fourier koefficienterne for  $f$ .
- iii) Find Fourier rækkens sum i  $\theta = 0$ .

### Opgave 3

Find Green's funktion hørende til problemet

$$\begin{cases} -u''(x) = f(x) \quad , \quad x \in ]0, 1[ \\ u(0) = u'(1) = 0. \end{cases}$$

Opgave 4

Udregn integralet

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\xi x}}{\xi^2 + a^2} , \quad x > 0, a > 0$$

uden at benytte tabel.