

## Matematik F

Opgaver til besvarelse i 4 timer.  
Alle sædvanlige hjælpemidler kan medbringes.  
Sættet er på 1 side og består af 4 opgaver.

### Opgave 1

Betragt problemet

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \cos 3x & , \quad x \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[ , t > 0 \\ u(x, 0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 & , \quad x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ u(-\frac{\pi}{2}, t) = u(\frac{\pi}{2}, t) = 0 & , \quad t \geq 0. \end{cases}$$

Find løsningen eksplicit, altså ikke kun på integralform.

### Opgave 2

Lad  $f(\theta)$  være periodisk  $f(\theta + 2\pi) = f(\theta)$  og lige omkring  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $f(\pi - \theta) = f(\theta)$ . Videre er  $f(\theta) = \theta$ ,  $\theta \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ .

- i) Skitsér funktionen  $f(\theta)$ .
- ii) Beregn de trigonometriske Fourier koefficienter.
- iii) Find Fourier rækkens sum  $s$  i punktet  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

### Opgave 3

Løs følgende regulære Sturm-Liouville problem

$$\begin{cases} -u''(x) = \lambda u(x) , & x \in ]0, \frac{\pi}{2}[ , \\ u(0) = u(\frac{\pi}{2}) = 0 . \end{cases}$$

Find samtlige egenværdier og de dertil hørende egenfunktioner.

### Opgave 4

Udregn

$$\int_{\partial K(0,2)} \frac{z^2}{(z-1)^n} dz , \quad \text{for } n \geq 1 .$$