

Matematik F

Opgaver til besvarelse i fire timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler kan medbringes.
Sættet er på 1 side og består af 4 opgaver.

Opgave 1

Betragt problemet

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \sin 5x \quad , \quad x \in]0, \pi[\quad , \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) &= 0 \quad , \quad x \in [0, \pi] \\ u(0, t) = u(\pi, t) &= 0 \quad , \quad t \geq 0 .\end{aligned}$$

Find løsningen eksplicit, altså ikke kun på integralform.

Opgave 2

Lad $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ opfylde at $f(\theta + 2\pi) = f(\theta)$, $f(\theta) = \cos \theta$, $x \in]0, \pi[$ og $f(\theta) = -\cos \theta$, $\theta \in]-\pi, 0[$.

- i) Skitsér funktionen $f(\theta)$.
- ii) Beregn den trigonometriske Fourier række hørende til f .
- iii) Find Fourier rækkens sum i punktet $\theta = 0$.

Opgave 3

Beregn Legendre polynomierne $P_l(t)$ for $l = 0, 1, 2, 3$, uden at benytte tabel.

Opgave 4

Beregn

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\xi x}}{\xi^2 + 1} d\xi \quad \text{for } x > 0 ,$$

uden at benytte tabel.