

MATEMATIK FOR BIOLOGER

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer. Opgavernes vægtning er angivet i parentes.

Alle sædvanlige hjælpemidler (bøger, notater, formelsamlinger o.lign.) er tilladt. Lommeregnerne må ikke anvendes til formelmæssige eller grafiske løsninger af de stillede opgaver, men alene til simple numeriske udregninger uden brug af programmering.

OPGAVE 1. (20%)

En undersøgelse af blyforurening langs motorvej A38 viser, at hvis $B(x)$ betegner jordens blyindhold i afstanden x meter fra vejen, gælder

$$B(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$$

i passende enheder. Beregn den eksakte værdi af middelværdien af jordens blyindhold i en 2 meter bred bræmme langs den ene side af vejen, dvs.

$$\frac{1}{2} \int_0^2 B(x) dx.$$

OPGAVE 2. (30%)

For en bestemt fisk gælder, at dens vægt v som funktion af alderen t opfylder

$$\frac{dv}{dt} = Av^{2/3}e^{-kt},$$

hvor A og k er kendte positive konstanter. Endvidere er $v(0) = 1$ med de valgte enheder.

a) Bestem fiskens vægt som funktion af dens alder.

b) Vis, at $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \left(\frac{A}{3k} + 1\right)^3$. Hvad udtrykker dette tal?

OPGAVE 3. (25%)

En gruppe 1. års-studerende har 100 mus i et bur på kollegiet. Til tiden $t = 0$ får en af musene en smitsom sygdom (mens de øvrige ikke er smittet). Til tiden $t = 1$ er 10 af musene smittet. Hvis der er tale om en simpel epidemi, hvor mange mus er da smittet til tiden $t = 2$?

OPGAVE 4. (25%)

Mængden af alger i en sø til tiden t betegnes $M(t)$. Det antages at

$$M''(t) = -9M(t) + 180,$$

samt at $M(0) = 10$ og $M'(0) = 6$. Bestem mængden af alger i søen som funktion af tiden.