

Matematik for biologer

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer.

Alle opgaver vægtes lige.

Alle sædvanlige hjælpemidler (bøger, notater, formelsamlinger og lignende) er tilladt.

Det er en forudsætning, at lommeregnerne ikke benyttes til formelmæssige eller grafiske løsninger af de stillede opgaver, men alene til simple numeriske udregninger uden brug af programmering.

Opgave 1

a) Bestem den eksakte værdi af integralet

$$\int_0^{\ln 2} \sqrt{1 + e^x} e^x dx .$$

b) Bestem den eksakte værdi af integralet

$$\int_0^1 x^2 \sqrt{1+x} dx .$$

Opgave 2

Betragt differentiaalligningen

$$\frac{dx}{dt} = x^3 e^{-t} .$$

Find den fuldstændige løsning $x(t)$.

Bestem derpå den løsning, som opfylder $x(0) = \frac{1}{2}$, og skitsér dens graf.

Opgave 3

Find den løsning til differentiaalligningen

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 10y = \cos x + 5 \sin x ,$$

som tilfredsstiller betingelserne $y(0) = 1$ og $y'(0) = 2$.

Opgave 4

Find den fuldstændige løsning $(x(t), y(t))$ til differentiaalligningssystemet

$$\frac{dx}{dt} = x + y + e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} = x + y - e^t.$$