

Matematik for biologer

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer.
 Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladte.

Opgave 1

- Find Taylorpolynomiet af grad 3 med udviklingspunkt 0 for funktionen $\cos x$.
- Benyt resultatet fra forrige spørgsmål til at finde en omtrentlig løsning til ligningen $\cos x = 2x$.

Opgave 2

Lad f betegne funktionen

$$f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}, \quad x \geq e^{-1}.$$

- Find den afledede af f .
- * b) Angiv monotiniforholdene for f .
- * c) Find alle lokale ekstrema for f .
- d) Tegn grafen for f .
- e) Find arealet af den figur, der ligger under grafen for f , over x -aksen og mellem linjerne $x = 1$ og $x = e^2$.

Opgave 3

Lad $f : [0, 2[\rightarrow \mathbf{R}$ være en differentiabel funktion. Antag, at $f(0) = 1$, og at

$$x + 4f(x)f'(x) = 0$$

for alle $x \in [0, 2[$. Find $f(1)$.

Opgave 4

Find den løsning $y(t)$ til differentialligningen

$$y''(t) + 4y(t) = 1 + t^2, \quad t \in \mathbf{R}$$

der opfylder begyndelsesbetingelserne $y(0) = 1$ og $y'(0) = 2$.