

## Matematik for biologer

Opgavesæt til besvarelse i fire timer.

Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladte.

### \* Opgave 1

- a) Find Taylorpolynomiet  $P(x)$  af grad 4 med udviklingspunkt  $x_0 = 0$  for funktionen  $\exp(-\frac{1}{2}x^2)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- b) Brug  $P(x)$  til at finde en tilnærmet værdi for det bestemte integral

$$\int_{-\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}} \exp(-\frac{1}{2}x^2) dx.$$

### Opgave 2

Lad  $f$  betegne funktionen

$$f(x) = \sin x + e^{\sin x}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

- a) Find den afledede af  $f$ .
- \* b) Angiv monotoniforholdene for  $f$ .
- \* c) Find alle lokale ekstrema for  $f$ .
- d) Tegn grafen for  $f$ .
- \* e) Har grafen en vendetangent i punktet  $(\pi, f(\pi))$  ?

### Opgave 3

Lad  $y : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  være en differentiabel funktion, som opfylder ligningen

$$y'(t)(1 + y(t)) = t$$

for alle reelle tal  $t$ . Antag desuden, at  $y(0) = 0$ .

Find  $y$ . Find ligningen for tangenten til grafen for  $y$  i punktet  $(0, y(0))$ .

Københavns Universitet  
Naturvidenskabelig kandidateksamen, vinteren 1990-91  
Matematik for biologer

Opgave 4

Find den løsning  $y(t)$  til differentialligningen

$$y''(t) + y'(t) = t^2, \quad t \in \mathbf{R},$$

der opfylder begyndelsesbetingelserne  $y(0) = 1$  og  $y'(0) = 1$ .