

Matematik for biologer.

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer.

Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladte. Opgaverne vægtes ens.

Opgave 1

Tangensfunktionen er defineret som $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

a) Vis, at $\frac{d}{dx} \tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

b) Udregn det bestemte integral $\int_0^{\pi/8} \frac{1}{\cos^2(2x)} dx$.

* Opgave 2

Angiv monotoniforholdene for funktionen

$$f(x) = 2^{(1+\sin x)}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$$

Find ekstremumpunkterne og ekstremumsværdierne.

Tegn grafen for f .

Opgave 3

Betragt differentialligningen

$$(*) \quad y' = (t + y)^2 + 2.$$

a) Vis, at enhver løsning $y(t)$, $t \in \mathbf{R}$, til (*) opfylder ligningen

$$y'' = 2(t + y)(3 + (t + y)^2).$$

Vink: Differentier begge sider af ligningen (*).

Lad nu $\varphi(t)$ være den løsning til (*), der opfylder, $\varphi(0) = 1$.

*b) Find Taylorpolynomiet af 2. grad (med udviklingspunkt 0) for $\varphi(t)$.

Opgave 4

Find den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y'' + 2y' + 17y = 17t^2 + 4t.$$