

KØBENHAVNS UNIVERSITET  
NATURVIDENSKABELIG EMBEDSEKSAMEN  
MATEMATIK FOR BIOLOGER. April 1987.

---

Opgavesæt til besvarelse i 4 timer.

Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgaverne er stillet inden for fællesmængden af gammelt og nyt pensum.

---

Opg.1. Bestem en stamfunktion for funktionen  $f$  givet ved

$$f(x) = e^{2x} + x \cos x + (1+x)^3, \quad x \in ]-\infty; \infty[.$$

Opg.2. Undersøg monotoniforholdene for funktionen

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x, \quad x \in ]-\infty; \infty[.$$

Bestem eventuelle maksimums- og minimumspunkter. Tegn en skitse af grafen for  $f$ .

Opg.3. Find den løsning til differentialligningen

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 10y = 11 \sin x + 3 \cos x$$

som opfylder  $y(0) = 0$  og  $y'(0) = 6$ .

Opg.4. Koncentrationen af kvælstofforbindelser i et grundvandsreservoir er en funktion af tiden, som kaldes  $c(t)$ . En simpel matematisk model, som beskriver udviklingen af kvælstofkoncentrationen, fører frem til en differentialligning af typen

$$(*) \quad c'(t) = a + bc(t),$$

hvor  $a$  og  $b$  er konstanter.

I et bestemt reservoir er for et passende valg af enheder

$$a = \frac{1}{100} \quad \text{og} \quad b = -\frac{1}{10}.$$

1° Find med disse konstanter den løsning  $c(t)$  til ligningen (\*), som opfylder  $c(0) = 1/2$ .

2° Beskriv for denne løsning  $c(t)$  udviklingen i koncentrationen, når tiden  $t \rightarrow +\infty$ .