

Naturvidenskabelig embedseksamen

Vinteren 1981/82

MATEMATIK B, KEMI-OPGIVELSER

Opgaver til besvarelse i 4 timer  
Hjælpemidler er tilladt.

Opgave nr. 1

Karakteristikken for et lineært, tidsinvariant filter er

$$h = \delta' - H,$$

hvor  $H$  betegner Heavisides enhedsfunktion.

Bestem outputsignalet  $y$ , når inputsignalet  $x$  er givet ved

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ e^{-t} & \text{for } t \geq 0 \end{cases}$$

Opgave nr. 2

I Hilbertrummet

$$l^2 = \{x = (x_1, x_2, \dots) \mid \sum_1^\infty |x_n|^2 < \infty\}$$

betragtes for enhver kompleks værdi af  $\alpha$  operatoren  $T_\alpha$ , der med hensyn til den kanoniske basis repræsenteres ved matricen

Opgaven fortsættes

$$\left( \begin{array}{cccc} 0 & 1 & & \\ 1 & 0 & \alpha & \\ & \alpha & 0 & \alpha^2 \\ & & \alpha^2 & 0 & \alpha^3 \\ & & & \alpha^3 & 0 & \ddots \\ & & & & \ddots & \ddots \end{array} \right)$$

Undersøg, for enhver værdi af  $\alpha$ , om tallet 0 ligger i punktspektret for  $T_\alpha$ .

Opgave nr. 3

I  $\mathbb{C}^2$  betragtes basen  $(\varphi_1, \varphi_2)$ , hvor

$$\varphi_1 = (1, 0), \quad \varphi_2 = (1, 1).$$

En operator  $T$  repræsenteres med hensyn til denne basis ved matricen

$$\begin{pmatrix} -1 & -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3} \\ 0 & -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Er  $T$  selvadjungeret? Er  $T$  unitær? Er  $T$  normal?  
Bestem operatoren  $T^{31}$ .

Opgave nr. 4

Med ABCD betegnes en firkant, hvor siderne AB og CD er parallelle.

Opgaven fortsættes

Angiv, for enhver af de principielt forskellige former som firkanten kan have, såvel den egentlige som den fuldstændige symmetrigruppe for firkanten (der kræves ingen udførlig argumentation).

Angiv tillige, i hvert enkelt tilfælde, eventuelle drejningsaksers beliggenhed.

Opgave nr. 5

Af en gruppes karaktertabel kendes så meget:

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$
$\chi_1$	1				
$\chi_2$	1	1	-1	-1	
$\chi_3$	2				
$\chi_4$	3	-1	1	-1	0
$\chi_5$	3				

Bestem på grundlag heraf gruppens orden, antallet af elementer i de enkelte konjugeretklasser samt de øvrige tal i karaktertabellen.