KØBENHAVNS UNIVERSITET

Naturvidenskabelig embedseksamen, sommeren 1978

MATEMATIK B, FYSIK-GEOFYSIK-OPGIVELSER

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

Hjælpemidler er tilladt. (Lommeregnere er ikke tilladt).

Opgave 1.

Find Fourierrækken på reel form for funktionen

$$f(t) = \begin{cases} \cos t & \text{for} \quad -\pi \leq t < 0 \\ \sin t & \text{for} \quad 0 \leq t < \pi. \end{cases}$$

Opgave 2.

Find samtlige funktioner $f = f(t)$ definerede for $t \geq 0$, som for $t \geq 0$ opfylder ligningen

$$f(t) + f'(t) - 2\int_0^t f(\tau)d\tau = 3.$$

(Opgavesættet fortsættes)

Naturvidenskabelig embedseksamen, sommeren 1978

Matematik B, fysik-geofysik-opgivelser

Opgave 3.

I C^2 betragtes vektorerne $\varphi_1 = (1,0)$ og $\varphi_2 = (1,1)$. En operator T på C^2 fremstilles med hensyn til basen (φ_1, φ_2) ved matricen

$$\begin{Bmatrix} -1 & -26 \\ 0 & 25 \end{Bmatrix} .$$

Idet I betegner den identiske operator på C^2, skal man bestemme 4 operatorer S, der alle opfylder ligningen

$$S^2 - 2S + I = T .$$

Operatorerne ønskes karakteriseret ved den matrix, der repræsenterer dem med hensyn til basen (φ_1, φ_2).

Opgave 4.

To terninger kastes uafhængigt af hinanden. Idet X betegner det største og Y det mindste antal øjne i de to kast, skal man beregne middelværdien af X og middelværdien af Y. Hvad bliver summen af middelværdierne?

(Opgavesættet fortsættes)

KØBENHAVNS UNIVERSITET

Naturvidenskabelig embedseksamen, sommeren 1978

Matematik B, fysik-geofysik-opgivelser

Opgave 4.

En fordeling, hvori der indgår en ubekendt parameter θ med $0 < \theta < 1$, har tæthedsfunktionen

$$f(x|\theta) = \begin{cases} K(\theta) & \text{for} \quad 0 \leq x \leq \theta \\ \frac{1}{2} & \text{for} \quad \theta < x \leq 1. \end{cases}$$

Her er $K(\theta)$ en af θ uafhængig konstant.

Bestem $K(\theta)$.

Idet $\hat{\theta}$ betegner maksimum-likelihoodestimatoren for θ baseret på en stikprøve (x_1,x_2) af størrelse 2, skal man i begge tilfældene:

$$(x_1,x_2) = (0.2,\ 0.7) \quad \text{og} \quad (x_1,x_2) = (0.5,\ 0.9)$$

bestemme $\hat{\theta}$.