KØBENHAVNS UNIVERSITET

Naturvidenskabelig embedseksamen

Sommeren 1976

MATEMATIK B, KEMI-OPGIVELSER

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

Hjælpemidler er tilladt.

Opgave nr. 1.

Find Fourierrækken på reel form for funktionen

$$f(t) = e^{|t|}, \quad -\pi \le t \le \pi.$$

Opgave nr. 2.

I $\mathbb{C}^2$ betragtes basen bestående af de to vektorer e_1 og e_2 givet ved

$$e_1 = (1,0), \quad e_2 = (1,1).$$

Med T_1, T_2 og T_3 betegnes 3 operatorer på $\mathbb{C}^2$. De er givet ved, at de med hensyn til basen (e_1, e_2) repræsenteres ved matricerne

$$\underline{T}_1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{Bmatrix}, \quad \underline{\underline{T}}_2 = \begin{Bmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \end{Bmatrix} \text{ og } \underline{\underline{T}}_3 = \begin{Bmatrix} 1+i & 2i \\ -i & 1-i \end{Bmatrix}$$

(opgaven fortsættes)

(opgave 2 fortsat)

Undersøg, hvilke af disse operatorer der er selvadjungerede, og hvilke der er unitære.

Det viser sig, at netop én af operatorerne er selvadjungeret, men ikke unitær. Beregn spektret for denne operator.

Opgave nr. 3.

Distributionen $f = f(t)$ har Fouriertransformationen

$$\hat{f}(\omega) = \frac{\omega^2}{1+\omega^2} + i\frac{\omega}{1+\omega^2} + \pi\delta(\omega-1) + \pi\delta(\omega+1)$$

Bestem f.

Opgave nr. 4.

Angiv opdelingen af D_{12} i konjugeretklasser og bestem en lineær karakter forskellig fra hovedkarakteren.

Opgave nr. 5.

En gruppe G har 5 konjugeretklasser: K_1, K_2, K_3, K_4 og K_5. K_1 betegner konjugeretklassen indeholdende det neu-

(opgaven fortsættes)

(opgave 5 fortsat)

trale element; K_3 og K_4 vides at have lige mange elementer. Af karaktertabellen kendes så meget:

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
χ_1	1	1			1
χ_2	1	1			1
χ_3	2				
χ_4	3	-1			0
χ_5	3	-1			0

Desuden kendes endnu to karakterer, χ_6 og χ_7:

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
χ_6	3	3	1	1	0
χ_7	4	4	0	0	1

Beregn på grundlag af disse oplysninger de manglende tal i karaktertabellen.