

Naturvidenskabelig embedseksamen

Vinteren 1975-76.

MATEMATIK B, KEMI-OPGIVELSER

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

Hjælpe midler er tilladt.

Mundtlig eksamen i MAT B afholdes for samtlige kandidater
fredag den 30. januar i lokale A102.

Opgave nr. 1.

For funktionen f defineret på intervallet $[-\pi, \pi]$ ved $f(t) = -|t|$, skal man bestemme den funktion g af formen

$$g(t) = \beta_0 + \beta_1 \cos t + \beta_2 \cos (2t),$$

der bedst approssimerer f i den forstand, at

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(t) - g(t)|^2 dt$$

er mindst mulig.

(opgavesættet fortsættes)

Naturvidenskabelig embedseksamen, vinteren 1975-76.

Matematik B, kemi.

Opgave nr. 2.

Med l^2 betegnes Hilbertrummet af komplekse følger $x = (x_1, x_2, \dots)$ med $\|x\|^2 = \sum_1^\infty |x_n|^2 < \infty$.

Med T betegnes operatoren på l^2 givet ved

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = (x_2, \frac{1}{2}x_3, \frac{1}{3}x_4, \dots),$$

altså $Tx = y$ med $y_n = n^{-1}x_{n+1}$; $n \geq 1$.

Bestem punktspektret $\sigma_p(T)$ og normen $\|T\|$ og bevis, at for ethvert komplekst tal λ med $|\lambda| > 1$ og ethvert $y \in l^2$ findes et og kun et $x \in l^2$ således, at $Tx - \lambda x = y$.

Opgave nr. 3.

Undersøg, hvilke af nedennævnte permutationer i S_8 der er konjugerede:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

(opgavesættet fortsættes)

Naturvidenskabelig embedseksamen, vinteren 1975-76.

Matematik B, kemi.

Opgave nr. 4.

Repræsentationen D af tetraedergruppen T har den i tabellen angivne karakter χ

	E	$3C_2$	$4C_3^1$	$4C_3^2$
χ	17	5	-4	-4

Skriv D som en direkte sum, på nær ækvivalens, af irreducible repræsentationer.

Opgave nr. 5.

Med k_1 og k_2 betegnes to (evt. sammenfaldende) kanter i et regulært tetraeder. Bestem, for en vilkårlig beliggenhed af k_1 og k_2 i forhold til hinanden, punktgruppen af de isometrier φ i den fuldstændige tetraedergruppe, for hvilke $\varphi(k_1)$ er enten k_1 eller k_2 og $\varphi(k_2)$ er enten k_1 eller k_2 .