

Københavns universitet

Naturvidenskabelig embedseksamen

Vinteren 1974-75

MATEMATIK B, FYSIK-GEOFYSIK-OPGIVELSER

Opgaver til besvarelse i 4 timer.

Hjælpemidler er tilladt.

Opgave nr. 1

Find samtlige komplekse løsninger til ligningen

$$\cosh z = \frac{5}{4}.$$

Opgave nr. 2

Bestem den funktion y af formen

$$y(t) = \alpha + \beta e^t; \quad 0 \leq t \leq 1,$$

der bedst approksimerer funktionen x givet ved

$$x(t) = t; \quad 0 \leq t \leq 1$$

i den forstand, at integralet

$$\int_0^1 |x(t) - y(t)|^2 dt$$

er mindst muligt.

Opgave nr. 3

En operator T på \mathbb{C}^3 repræsenteres m.h.t. den kanoniske basis ved matricen

(opgaven fortsættes side 2)

Vinteren 1974-75, MAT B, Fysik-Geofysik.

$$\begin{pmatrix} \frac{\pi}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7\pi}{16} & -\frac{\pi\sqrt{3}}{16} \\ 0 & -\frac{\pi\sqrt{3}}{16} & \frac{5\pi}{16} \end{pmatrix}$$

Bestem den matrix, der repræsenterer operatoren $\sin(T)$ m.h.t. den kanoniske basis.

Opgave nr. 4

Produktionen af møtrikker på en fabrik foregår på 3 maskiner A, B og C. Sandsynligheden for, at en tilfældigt valgt møtrik af dagens produktion er produceret af A, B eller C er hhv. 20 procent, 30 procent og 50 procent. Sandsynligheden for, at en møtrik produceret af A er defekt, er 0,2 promille. Den tilsvarende sandsynlighed for B er 0,4 promille, og for C er den 1 promille.

En møtrik udtages tilfældigt af dagens produktion. Beregn sandsynligheden for, at den er defekt. Hvis den viser sig at være defekt, hvor stor er så sandsynligheden for, at den er produceret af hhv. A, B eller C?

Opgave nr. 5.

For en stikprøve x_1, x_2, \dots, x_{25} fra en normalfordeling har man fundet, at

(opgaven fortsættes side 3)

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{25} = 257,5 \quad \text{og} \quad x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{25}^2 = 2675$$

Beregn et 95 procent konfidensinterval for middelværdien μ , når man går ud fra at spredningen $\sigma = 1$.

Beregn dernæst et 95 procent konfidensinterval for σ^2 , når man går ud fra at $\mu = 10$.

Beregn endelig et 95 procent konfidensinterval for σ^2 , når man ikke ønsker at gøre nogen antagelse om størrelsen af μ .