

AKTUAREKSAMEN, EKSAMEN I STATISTIK
OG NATURVIDENSKABELIG EMBEDSEKSAMEN
VED KØBENHAVNS UNIVERSITET

1. del. Den skriftlige prøve

Sommeren 1971

Sandsynlighedsregning og teoretisk statistik II

Matematik 5
(6 timer).

Opg. 1.

I forbindelse med en undersøgelse af allergiske børn har man observeret forekomsten af sporer fra forskellige svampe i børnenes hjem.

Eksperimentet er foretaget på den måde, at der i hvert barns hjem på en bestemt dag i hver måned har været opstillet tre petriskåle (små glasskåle) i 20 minutter. De sporer, der i løbet af de 20 minutter har afsat sig på skålene, er derefter blevet dyrket under gode forhold, og man har for hvert barn og hver måned undersøgt, dels hvilke svampe der forekom, dels hvor mange kolonier af hver svamp, man fandt.

Nedenfor ses resultaterne for *Penicillium* Sp. for årets 12 måneder observeret for 3 forskellige børn boende i hhv. Brønshøj, Lyngby og Slangerup. Tallet i tabellen angiver det totale antal *penicillium* kolonier i de tre skåle.

Man antager, at antallet af kolonier varierer fra sted til sted. Endvidere regner man med, at antallet af kolonier varierer med årstiden bl. a. gennem samspil med den omgivende flora.

Idet De kan antage, at antallet af kolonier på et givet sted i en given måned er Poissonfordelt, skal De undersøge, om nedenstående materiale kan beskrives ved en multiplikativ Poissonmodel.

Undersøg om variationen med årstiden gælder for *Penicillium* Sp., hvis sporer, der er meget små og lette, trives i husstøv, isoleringsmaterialer, møbelpolstring og lignende.

(De kan antage, at $-2 \ln Q$ som sædvanligt er asymptotisk χ^2 - fordelt med antallet af frihedsgrader bestemt ved antal parametre uden nulhypotese minus antal parametre under nulhypotesen.)

Antal kolonier af Penicillium Sp.

	Brønshøj	Lyngby	Slangstrup	Sum
jan	14	8	20	42
febr.	26	10	19	55
marts	16	12	12	40
april	12	11	30	53
maj	10	6	18	34
juni	17	6	26	49
juli	10	3	16	29
aug.	20	8	19	47
sept.	15	15	19	49
okt.	17	9	22	48
nov.	14	7	14	35
dec.	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>23</u>	<u>40</u>
Sum	179	104	238	521

Hvis X_{ij} betegner antal kolonier i måned i , $i = 1, \dots, 12$, på sted j , $j = 1, 2, 3$,

$$\text{og } X_{i.} = \sum_{j=1}^3 X_{ij}, \quad X_{.j} = \sum_{i=1}^{12} X_{ij}, \quad X_{..} = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^3 X_{ij},$$

$$\text{da er} \quad \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^3 X_{ij} \ln X_{ij} = 1441.2$$

$$\sum_{i=1}^{12} X_{i.} \ln X_{i.} = 1973.1$$

$$\sum_{j=1}^3 X_{.j} \ln X_{.j} = 2714.0$$

$$X_{..} \ln X_{..} = 3259.3$$

$$\ln 12 = 2.48490$$

$$\ln 3 = 1.09861$$

Opg. 2.

Nedenstående talmateriale angiver det gennemsnitlige elektricitetsforbrug pr. arbejdsdag i Frankrig for månederne marts, juni, september og december i årene 1951-54.

Vil man analysere forbrugets afhængighed af tiden kunne man f.eks. anvende en af følgende modeller, idet man i begge gør den antagelse, at observationerne er indbyrdes uafhængige og normal fordelte med samme varians.

1. En tosidet variansanalyse, hvor man undersøger om tilvæksten i elektricitetsforbrug er konstant fra år til år.
2. En regressionsmodel, hvor man antager, at tilvæksten for hver af de fire betragtede måneder er den samme fra år til år og så undersøger, om denne konstante tilvækst er den samme for alle fire måneder.

Opstil de to modeller og angiv de teoretiske udtryk for estimatorer og kvotient-teststørrelser og disses fordeling.

Gennemfør en analyse af materialet, idet De begrundet valget af model (De behøver ikke nødvendigvis at bruge en af ovenstående to modeller.)

Elektricitetsforbrug pr. arbejdsdag i Frankrig

	marts	juni	september	december
1951	108.5	105.4	105.9	120.5
1952	115.1	110.8	112.9	129.1
1953	125.4	125.6	124.7	140.1
1954	142.9	134.7	134.9	153.6

Regneskema.

Beregningerne er foretaget med beregningsnulpunkt 100.00.

$$S_{i.} = \sum_{j=1}^4 X_{ij} \quad i = 1, \dots, 4$$

$$S_{.j} = \sum_{i=1}^4 X_{ij} \quad j = 1, \dots, 4$$

$$S_{..} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 X_{ij}$$

$$SS_{..} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 X_{ij}^2$$

$$S_t = \sum_{i=1}^4 i$$

$$SS_t = \sum_{i=1}^4 i^2$$

$$SP_j = \sum_{i=1}^4 iX_{ij}$$

$$S_{1.} = 40.3$$

$$S_{2.} = 67.9$$

$$S_{3.} = 115.8$$

$$S_{4.} = 166.1$$

$$S_{..} = 390.1$$

$$SP_1 = 286.5$$

$$SP_2 = 242.6$$

$$SP_3 = 245.4$$

$$SP_4 = 413.4$$

$$S_{.1} = 91.9$$

$$S_{.2} = 76.5$$

$$S_{.3} = 78.4$$

$$S_{.4} = 143.3$$

$$SS_{..} = 12568.43$$

$$S_t = 10$$

$$SS_t = 30$$