

AKTUAREKSAMEN, EKSAMEN I STATISTIK
OG NATURVIDENSKABELIG EMBEDSEKSAMEN
VED KØBENHAVNS UNIVERSITET

1. del. Den skriftlige prøve

Sommeren 1970

Sandsynlighedsregning og teoretisk statistik II

Matematik 5
(6 timer).

1.

I et forsøg, hvor man ville sammenligne 4 behandlinger, (A, B, C og D) havde man til sin rådighed forsøgsdyr i kuld med 2 dyr i hvert. Forsøget udførtes på følgende måde:

Tabel 1.1.

Forsøgsplan			Observationer		
Kuld nr.	Behandling		Kuld nr.	Resultater af behandlinger	
1	A	B	1	19	18
2	B	C	2	25	29
3	C	D	3	30	29
4	D	A	4	13	15

Under forudsætning af, at observationerne er normalfordelte, og at kuld- og behandlingseffekter indgår additivt i middelværdierne, skal De undersøge, om behandlingerne kan antages at være forskellige.

(Lad L betegne underrummet svarende til hypotesen om additivitet. Det kan betale sig at undersøge det ortogonale komplement til L).

2.

Nedenstående talmateriale er tilpasset efter "Report of the Bureau of Agricultural Economics, U.S. Dept of Agriculture on the Poultry and Egg Situation, March 1941".

Tabel 2.1.

Gennemsnitligt antal æg (gange 10) lagt pr. høne i U.S.A.
for hver anden måned i årene 1938 og 1939.

	Jan.	Marts	Maj	Juli	Sept.	Nov.	Sum
1938	142	170	141	89	60	85	687
1939	145	168	144	90	58	88	693
Sum	287	338	285	179	118	173	1380

Tallene udviser en stærk sæsonvariation med en periode på eet år, hvorfor det vil være rimeligt at forsøge at beskrive den systematiske variation i tallene ved en kurve af formen

$$(1) \quad \alpha \cos \frac{2\pi t}{6} + \beta \sin \frac{2\pi t}{6} + \xi, \quad t = 0, 1, \dots, 5.$$

Dette formuleres som en hypotese om en lineær model i normalfordelingen, og en analyse af tallene giver da følgende variansanalyseskema

Tabel 2.2.

Resultat af en statistisk analyse af det gennemsnitlige antal ægs variation med måneden.

Variation	SSD	f	s ²
Indenfor måneder	18	6	3
Omkring kurven	14	3	4.7

De skal nu diskutere den model, der har ligget til grund for denne analyse, og undersøge om det er rimeligt at beskrive den systematiske variation i talmaterialet ved hjælp af kurven (1). Specielt skal De gøre rede for hvordan tallene i variansanalyseskemaet beregnes.

Tabel 2.3.

Tabel over cos og sin.

t	$\cos \frac{2\pi t}{6}$	$\sin \frac{2\pi t}{6}$
0	1	0
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
3	-1	0
4	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$