Københavns Universitet
Naturvidenskabelig embedseksamen

MATEMATIK 3 AG

Vinteren 1986/87

3 timers skriftlig prøve

De første 2 timer er uden hjælpemidler. Den sidste time med hjælpemidler. Besvarelsen af Opgave 1 indsamles efter 2 timer. Hvad der derefter besvares af Opgave 1 medregnes ikke.

Opgave 1 (Vægt 65%)

Gør rede for begreberne tensorprodukt af 2 moduler og tensorprodukt af 2 homomorfier. (Påstandene kan anføres uden beviser).

Definer begrebet fladhed af en modul.

De 2 hovedsætninger, som karakteriserer flade moduler, ønskes formuleret. (Det drejer sig om Hovedsætning 6.11 og Sætning 6.18 (Villamayor's sætning)).

En af disse to sætninger ønskes bevist.

Beviset ønskes udformet således, at hovedtrækkene klart fremgår.

Opgave 2 (Vægt 15%)

Lad $\mathbb{Z}$ betegne ringen af hele tal og betragt $\mathbb{Z}$-modulerne

$$\mathbb{Z}\ ,\quad \mathbb{Q}/\mathbb{Z}\quad \text{og}\quad \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}\quad (n\neq 0,1)\ .$$

(Opgavesættet fortsættes)

($\mathbb{Q}$ betegner gruppen af rationale tal, og n er et naturligt tal).

Afgør, hvilke af ovennævnte 3 $\mathbb{Z}$-moduler der er

a) Injektive

b) Projektive

c) Flade.

Opgave 3 (Vægt 30%)

Betragt ringen $A = \mathbb{C}[X,Y,Z]$ (polynomiumsringen i 3 variable over de komplekse tal) og lad I betegne idealet i A frembragt af X^2, Y^2, Z^2 og XY.

Lad R betegne faktorringen A/I og lad x,y og z være billederne af X,Y og Z i R ved den kanoniske afbildning fra A til R.

Find primidealerne (primidealet) i R og vis, at R er en artinsk ring.

Vis, at der ved $rx \to ry$ defineres en R-homomorfi fra idealet frembragt af (x) til R.

Er R en injektiv R-modul ?

Er (x) en flad R-modul ?

KØBENHAVNS UNIVERSITETS MATEMATISKE INSTITUT
UNIVERSITETSPARKEN 5
2100 KØBENHAVN Ø. DANMARK
TELEFON (01) 35 31 33

2. januar 1986

Eksamenskontoret

<u>Vedr. Mat 3 AG</u>

De første 2 timer er en prøve uden hjælpemidler. Den sidste er med hjælpemidler.

Efter de første 2 timer samles besvarelsen af opgave 1 ind. Hvad der derefter besvares angående opgave 1 medregnes ikke.

Søren Jøndrup

Søren Jøndrup

Un 02.215-5