Københavns universitet

Naturvidenskabelig embedseksamen, sommeren 1979.

MATEMATIK 324

Skriftlig prøve til besvarelse i 4 timer.
Ingen hjælpemidler må medbringes.

I det følgende betragtes kurver i den komplexe projektive plan $\mathbb{P}^2$. Den affine plan $\mathbb{A}^2$ opfattes som den åbne delmængde

$$\mathbb{A}^2 = \{ (x,y,z) \in \mathbb{P}^2 \mid z \neq 0 \}.$$

Opgave nr. 1.

Gør rede for, hvordan man for kurver F og G og et punkt p i $\mathbb{P}^2$ definerer snitmultipliciteten $I(p, F \cap G)$. Angiv og bevis de vigtigste egenskaber vedrørende dette tal.

Opgave nr. 2.

For hvert tal $\lambda \in \mathbb{C}$ betegnes med F_λ den projektive kurve, der har den affine ligning

$$XY^2 - (1-X^2)(1-\lambda X) = 0.$$

1) For hvilke $\lambda \in \mathbb{C}$ er F_λ en irreducibel kurve?

2) For hvilke $\lambda \in \mathbb{C}$ er F_λ en non-singulær kurve?

3) Bestem de $\lambda \in \mathbb{C}$ for hvilke linien $X+Y$ kun har to punkter fælles med F_λ og angiv for hvert sådant λ snitcyklen $(X+Y) . F_\lambda$.