

# Mat 3. Sommeren 1965

Københavns universitet

## Naturvidenskabelig embedseksamen

Sommeren 1965

### Matematik 3

Skriftlig prøve.

Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

#### Opgave nr. 1.

Om en todimensional algebra over de reelle tals legeme forudsættes, at den er associativ, og at den har et etelement, der betegnes 1. Vis, at algebraen har en basis bestående af 1 og et element  $p$ , for hvilket  $p^2 = -1$ ,  $p^2 = 1$  eller  $p^2 = 0$ , og at den er kommutativ.

Angiv i tilfældet  $p^2 = 0$  algebraens regulære repræsentation i algebraen af reelle  $(2 \times 2)$ -matricer.

#### Opgave nr. 2.

Lad  $k$  være et egentligt keglesnit i den projektive plan, og lad  $l$  være en linie i planen, der ikke har noget punkt fælles med  $k$ . For et vilkårligt punkt  $S$  på  $l$  betegnes med  $s(S)$  linien, der forbinder røringspunkterne for tangenterne fra  $S$  til  $k$ . Der gælder da:

1) For enhver linie gennem et punkt  $S$  på  $l$ , der skærer  $k$  i to forskellige punkter, er disse to punkter harmonisk forbundne med  $S$  og skæringspunktet mellem  $l$  og  $s(S)$ .

fortsættes

en parameterfremstilling for en parabel. Ved drejning af denne kurve om  $z$ -aksen fås en omdrejningsflade  $F$ .

Angiv en parameterfremstilling for  $F$ , og find med hensyn til denne fladens to fundamentalformer samt krumningsmålet og middeldkrumningen i et vilkårligt fladepunkt.

Vis, at forholdet mellem de to hovedkrumninger i et fladepunkt er uafhængigt af dette punkt.