KØBENHAVNS UNIVERSITET

Naturvidenskabelig embedseksamen vinteren 1977/78
Matematik 224
Opgaver til besvarelse i 2 timer
Alle hjælpemidler er tilladt

Opgave nr. 1.

Lad f være en holomorf (komplekst differentiabel) afbildning af den åbne enhedsdisk

$$D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$$

ind i sig selv.

Bevis, at der findes et punkt $z_0 \in D$, således at

$$|f(z_0)| = |z_0|.$$

Vink: I tilfældet $f(0) \neq 0$ kan man betragte hjælpefunktionen $g(z) = \frac{z}{f(z)}$ i D. Man kan så betragte de to tilfælde, hvor $|g(z)| < 1$ i hele D, og hvor der findes $z_1 \in D$ med $|g(z_1)| \geq 1$.

Opgave nr. 2.

Lad f være en holomorf (komplekst differentiabel) kompleks funktion defineret på hele den komplekse plan $\mathbb{C}$. Lad det være givet, at f <u>ikke</u> er et polynomium. Lad p være et polynomium, som <u>ikke</u> er konstant. Vis, at $p \circ f$ <u>ikke</u> er et polynomium.

(Opgavesættet fortsættes)

Københavns Universitet

Naturvidenskabelig embedseksamen 1977/78

Matematik 224.

Opgave nr. 3.

Lad $\lambda > 0$ være et reelt tal.

Bevis, at der gælder

$$\lim_{\lambda \to \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\lambda x}}{1+x^2}\, dx = 0$$

Generelle bemærkninger om hele sættet: Der lægges vægt på omhyggelig og logisk sammenhængende begrundelse. Henvisninger er ønskelige for de anvendte sætninger. Der skal gøres rede for, at forudsætningerne for at anvende disse er tilstede.