

MATEMATIK 211.

Ingen hjælpemidler må medbringes.

Opgave nr. 1.

Giv en redegørelse for begrebet kvotientring, idet følgende punkter ønskes inddragt:

- ① Ideal og kvotientring.
- ② Den kanoniske homomorfi.
- ③ Udvidelsessætningen for ringe.
- ④ Isomorfisætningen for ringe.
- ⑤ Noethers isomorfisætning for ringe.

giv ved hjælp af kvotientringe en karakterisering af maksimalidealene i en kommutativ ring. Begrund for et primtal p , at kvotientringen $\mathbb{Z}/(p)$ er et legeme med p elementer.

Opgave nr. 2.

Lad der være givet en multiplikativ delmængde S af en kommutativ ring R . Beskriv, hvorledes man i denne situation konstruerer brøkringen $R[S^{-1}]$ og den kanoniske homomorfi $R \rightarrow R[S^{-1}]$, og vis, hvorledes konstruktionen kan anvendes til at definere de rationale tals ordnede legeme ud fra den ordnede ring $(\mathbb{Z}, +, \cdot, <)$.

[En disposition kan f.eks. indeholde nogle af følgende punkter: ① Mængden $R[S^{-1}]$. ② Kompositionerne i $R[S^{-1}]$. ③ Homomorfien $R \rightarrow R[S^{-1}]$. ④ Udvidelsessætningen. ⑤ Bortforkortning. ⑥ Legemet \mathbb{Q} . ⑦ Ordning i \mathbb{Q} .]

Der lægges vægt på udformningen af besvarelsen, herunder om der vises overblik. Alle anførte påstande behøver ikke nødvendigvis at bevises.

Korrekt besvarelse af én opgave giver højeste karakter.