

## MATEMATIK 211

Ingen hjælpemidler må medbringes.

### Opgave nr. 1.

Giv en redegørelse for begreberne primideal og maksimalideal i en kommutativ ring  $R$ . [En disposition kan f.eks. indeholde nogle af følgende punkter: ① Definition af primideal og maksimalideal. ② Karakterisering af primideal  $\mathfrak{p} \subseteq R$  ved kvotienten  $R/\mathfrak{p}$ . ③ Noethers isomorfiætning. ④ Karakterisering af maksimalideal  $\mathfrak{m} \subseteq R$  ved kvotienten  $R/\mathfrak{m}$ . ⑤ Maksimalidealer er primidealer. ⑥ Primidealer og maksimalidealer i et hovedidealområde. ⑦ Eksempler.]

### Opgave nr. 2.

Lad der være givet en kommutativ ordnet gruppe  $(G, +, <)$ . Beskriv, hvordan man i denne situation konstruerer følgekompletionen  $(\hat{G}, +, <)$  og indlægningen:  $G \hookrightarrow \hat{G}$ . Bevis, at  $(\hat{G}, +, <)$  er følgefuldstændig og nævn en af de udvidelsesætninger, der gælder for denne konstruktion. Vis, at konstruktionen kan anvendes til at konstruere de reelle tal ordnede gruppe ud fra de rationale tal, og giv rede for hvordan multiplikation af reelle tal defineres. [En disposition kan f.eks. indeholde nogle af følgende punkter: ① Fundamentalfølger og konvergente følger. ② Definition af  $(\hat{G}, +)$ . ③ Ordning i  $\hat{G}$ . ④ Indlægningen:  $G \hookrightarrow \hat{G}$ . ⑤ Konvergens i  $\hat{G}$  af fundamentalfølger i  $G$ . ⑥  $\hat{G}$  er fuldstændig. ⑦ Udvidelsesætning. ⑧ Definition af  $(\mathbb{R}, +, <)$ . ⑨ Multiplikation i  $\mathbb{R}$ .]

Der lægges vægt på udformingen af besvarelsen, herunder om der vises overblik. Alle anførte påstande behøver ikke nødvendigvis at bevises.

Korrekt besvarelse af én opgave giver højeste karakter.