Københavns universitet

Matematik 2. Prøve 1.

Sommeren 1966.

Opgave nr. 2. svær

I det følgende betragtes den integritetsring (delring af $\mathbb{Q}[X]$), der består af alle polynomier $a = a_0+a_1X+\ldots+a_nX^n$, hvor $a_0 \in \mathbb{Z}$, medens alle øvrige $a_j \in \mathbb{Q}$.

1) Vis, at mængden af polynomier hvori konstantleddet er 0 udgør et ideal i ringen. Er det et hovedideal ? Vis, at den opstigende kædes egenskab ikke gælder i ringen.

2) Eftervis, at fællesmålsegenskaben gælder i ringen (polynomier kræver forskellig betragtning eftersom konstantleddet er 0 eller forskelligt fra 0).

3) Angiv hvilke elementer i ringen, der kan skrives som produkt af irreducible; er denne produktfremstilling entydig (når der ses bort fra regulære faktorer) ?

Opgave nr. 3.

Gør rede for, at der ved ligningerne

$$\begin{cases} u = e^x \cos y - 1 \\ v = e^y \cos x - 1 \end{cases}$$

bestemmes en bijektiv C^∞-afbildning af en omegn af punktet $(0,0)$ i (x,y)-planen på en omegn af punktet $(0,0)$ i (u,v)-planen. Idet den omvendte afbildning er bestemt ved

$$\begin{cases} x = \varphi(u,v) \\ y = \psi(u,v) \end{cases},$$

skal man finde de partielle afledede af første og anden orden af funktionerne φ og ψ i punktet $(u,v) = (0,0)$.