

Københavns universitet

Naturvidenskabelig embedseksamen. Vinteren 1965-66.

M A T E M A T I K 2 .

Skriftlig prøve 2 .

Hjælpemidler kan ikke medbringes.

Eksamen afholdes den 21. januar kl. 10 - 14 .

Opgave nr. 1 .

Formuler det simpleste problem i variationsregningen vedrørende ekstremum af en funktional

$$I = I(f) = \int_{a_1}^{a_2} F(x, f(x), f'(x)) dx$$

og udled Eulers differentiaalligning svarende hertil.

Gør rede for, at afkald på en randbetingelse giver anledning til en naturlig randbetingelse.

Opgave nr. 2 .

- (a) Formuler Lebesgue-Fubinis sætning om multipelt integral.
- (b) Angiv definitionen af en Lebesgue målelig funktion.
- (c) Idet $z = x + iy$ og $w = u + iv$, skal man for afbildningen

$$w = \frac{z - i}{z + i}$$

finde billedet af den rette linie $\{z|x = 1\}$ og originalmængden af den rette linie $\{w|u = 1\}$.

- (d) Find samtlige løsninger til differentiaalligningen

$$\frac{d^4x}{dt^4} - 2\frac{d^3x}{dt^3} + 2\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} + x = 0 .$$