Københavns Universitet
Matematisk-økonomisk kandidateksamen, sommeren 1994

Matematisk-økonomisk kandidateksamen

Opgaver til besvarelse i 4 timer uden hjælpemidler for

stud.scient.oecon. **Anders Dalsgaard**

Opgave 1

Beskriv Dantzig-Wolfe dekomposition på nedenstående blokangulære lineære programmeringsproblem.

$$
(\mathrm{P}) \qquad
\begin{array}{llllll}
\max & c_1x_1 + & c_2x_2 + & \cdots + & c_nx_n & \\
 & A_1x_1 + & A_2x_2 + & \cdots + & A_nx_n & \leq a \\
 & B_1x_1 & & & & \leq b_1 \\
 & & B_2x_2 & & & \leq b_2 \\
 & & & \ddots & & \\
 & & & & B_nx_n & \leq b_n \\
 & & & & x_1, x_2, \cdots, x_n & \geq 0\,.
\end{array}
$$

A_j, B_j er matricer, a, b_j, c_j er vektorer og x_j er variable af samhørende dimensioner for $j = 1, \cdots, n$.
Det antages, at der findes brugbare løsninger i alle betragtede subproblemer, både "infimal" og "supremal".

Opgave 2

Ved indførelse af de variable a_j for $j = 1, \cdots, n$ kan (P) alternativt bringes på formen

$$
(\mathrm{P1}) \qquad
\begin{array}{lllllllll}
\max c_1x_1 & + c_2x_2 & + \cdots & + c_nx_n & & & & & \\
A_1x_1 & & & & -a_1 & & & & \leq 0 \\
B_1x_1 & & & & & & & & \leq b_1 \\
 & A_2x_2 & & & & -a_2 & & & \leq 0 \\
 & B_2x_2 & & & & & & & \leq b_2 \\
 & & \ddots & & & & & & \\
 & & & A_nx_n & & & & -a_n & \leq 0 \\
 & & & B_nx_n & & & & & \leq b_n \\
 & & & & a_1 + & a_2 + & \cdots + & a_n & = a \\
 & & & & & & & x_1, x_2, \cdots, x_n & \geq 0\,.
\end{array}
$$

Indfør duale variable u_j^1, u_j^2 for $j = 1, \cdots, n$ og dual variabel π.

Opgave 2 fortsættes på side 2

Opstil det duale problem til (P1). Vis, at Dantzig-Wolfe dekomposition omvendt på dette problem er ækvivalent med Benders dekomposition anvendt på (P1). For at forenkle fremstillingen kan det antages, at

$$\{(u_j^1, u_j^2) \mid u_j^1 A_j + u_j^2 B_j \geq c_j, (u_j^1, u_j^2) \geq 0\}$$

er begrænset.