

Naturvidenskabelig embedseksamen. Januar 1987.

HOVEDFAGSPRØVE I MATEMATIK

Opgaver til besvarelse i 4 timer. Ingen hjælpemidler.

Stud.scient. Søren Fritzbøger og Tinne Hoff Kjeldsen.

Opgave 1

Vis, at der findes netop ét $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, for hvilken

a) $f'(x) = 2 \cdot f(2x)$

b) $f(x) = f(2-x)$ for $x \in]0, 2[$

c) $f(1) = 1$.

Har $f(x)$ en grænseværdi for $x \rightarrow \infty$?

Opgave 2

Formuler Denjoy-Carleman's sætning, og bevis (efter eget valg) enten at sætningens betingelse er tilstrækkelig, eller at den er nødvendig.

Opgave 3

Definer for et åbent interval funktionsklassen $\mathcal{C}\{A_m\}$ idet de indgående begreber forklares. Angiv (uden beviser) de vigtigste sætninger som gælder for regning med funktioner indenfor en sådan klasse.