

# KØBENHAVNS UNIVERSITETS MATEMATISKE INSTITUT

UNIVERSITETSPARKEN 5  
2100 KØBENHAVN Ø. DANMARK  
TELEFON (01) 35 31 33

Naturvidenskabelig embedseksamen

2. del, vinteren 1985/86

Hovedfag: Matematik

Opgave til besvarelse i 4 timer for

stud.scient. Torben Maack Bisgaard

Der bruges i nedenstående opgaver terminologi og notation fra Berg et alia 1984 (GTM Nr. 100).

## Opgave 1

Lad  $(S, +, *)$  være en semigruppe med involution og neutralt element  $0$ . De følgende spørgsmål anses for fyldestgørende besvaret, hvis de er besvaret under antagelse af, at alle semigrupper er kommutative.

a) Antag at  $S$  har et absorberende (absorbing) element  $\omega$ . Lad  $\psi$  være en negativ definit funktion på  $S$  med  $\operatorname{Re}(\psi(0)) \geq 0$ . Vis, at hvis  $\operatorname{Re}(\psi)$  er nedadtil begrænset, da er  $|\psi|$  ligeligt begrænset og find eventuelt en optimal begrænsning.

b) Definer begrebet, quadratic form, på  $S$ . Gør rede for, at hvis der eksisterer et absorberende element, da har en quadratic form, en yderst speciel, triviell form. Gør rede for, at hvis involutionen er den identiske, da har en quadratic form, en mindre triviell, men dog ret simpel form (dvs. den funktionalligning, der definerer en quadratic form, bliver specielt simpel).

## Opgave 2

Opskriv (uden bevis) den generelle Lévy-Khinchin formel for en negativ definit funktion  $\psi$  med nedadtil begrænset realdel på en semigruppe med Lévy funktion  $L$  (en semigruppe som omtalt ovenfor. Begrebet Lévy funktion ønskes defineret).

a) Gør rede for, hvordan formlen ser ud (simplificeres), hvis der er et absorberende element  $\omega$  eller hvis involutionen er den identiske.

b) Vis entydighedsudsagnet i Lévy-Khinchin's formel. Detaljer medtages i det omfang tiden tillader.

J.P. Reus Christensen