

KØBENHAVNS UNIVERSITETS MATEMATISKE INSTITUT

UNIVERSITETSPARKEN 5
2100 KØBENHAVN Ø. DANMARK
TELEFON (01) 35 31 33

Naturvidenskabelig embedseksamen

2. del, sommeren 1984

Hovedfag: Matematik

Opgave til besvarelse i 4 timer for

stud.scient. Jens Erik Wang.

- 1^o Definér begreberne positiv definit og negativ definit kerne.
- 2^o Vis, at mængden P af positiv definite kerner $\varphi: X \times X \rightarrow \mathbb{C}$ er stabil overfor punktvis multiplikation.
- 3^o Vis, at $\varphi(x,y) = \cos^2(x-y)$ er positiv definit og $\psi(x,y) = |\sin(x-y)|$ er negativ definit for $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

Lad S være en abelsk semigruppe med involution.

- 4^o Vis, at mængden $P_1^b(S)$ af begrænsede positiv definite funktioner $\varphi: S \rightarrow \mathbb{C}$ med $\varphi(0) = 1$ er en kompakt konveks mængde og at $\text{ex } P_1^b(S) = \hat{S}$.
- 5^o Gør rede for, at der til en begrænset positiv definit funktion $\varphi: S \rightarrow \mathbb{C}$ findes $\mu \in M_+(\hat{S})$ så

$$\varphi(s) = \int_{\hat{S}} \rho(s) d\mu(\rho) .$$

(Beviset for at $\mu \in M_+(\hat{S})$ er entydigt bestemt ved φ kan forbigås.)

Detaljer og baggrundsstof medtages i det omfang tiden tillader.

Christian Berg